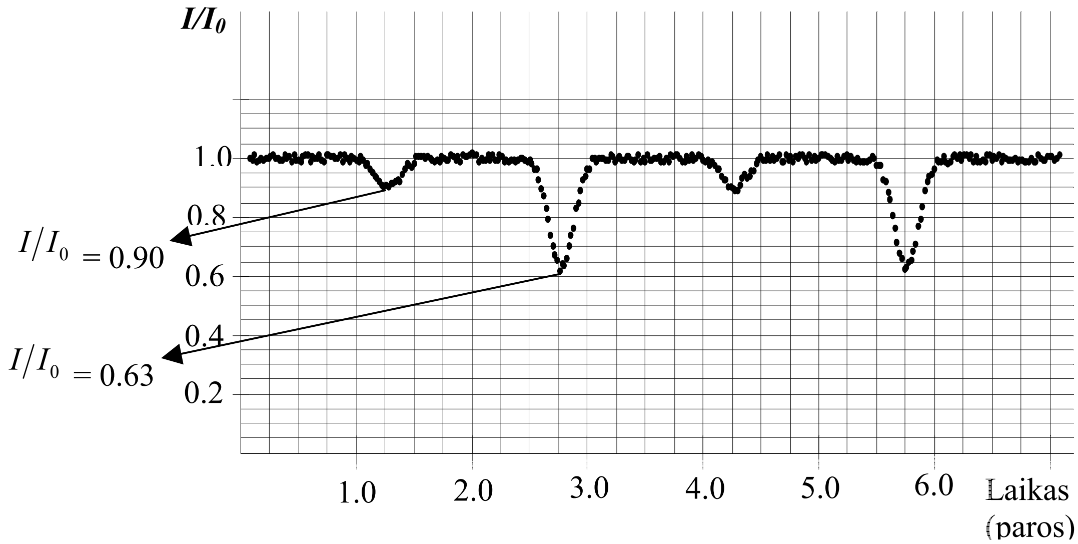
Rožinė teorinė užduotis

Dvi besisukančios apie bendrą masių centrą žvaigždės sudaro dvinarę žvaigždžių sistemą. Beveik pusė mūsų galaktikos žvaigždžių yra dvinarės. Dažniausiai nustatyti ši faktą yra sunku, nes atstumas tarp žvaigždžių yra žymiai mažesnis, negu iki Žemės, ir teleskopai jų neišskiria. Tenka naudoti fotometriją arba spektrometriją, tam kad pastebėtume šviesos intensyvumo pokyčius ir nustatytume ar žvaigždė yra dvinarė žvaigždžių sistema.

Dvinarės žvaigždės fotometrija

Jeigu mes būtume dvinarės žvaigždės sukimsi plokštumoje, tai kai viena žvaigždė užtemdo (praeina prieš) kitą, tam tikrais laiko momentais mes stebėtume visos sistemos šviesos intensyvumo sumažėjimą. Tokios žvaigždės vadinamos ekliptinėmis dvinarėmis.

1. Leiskime, kad dvi žvaigždės juda apskritiminėmis orbitomis aplink bendrą masių centrą pastoviu kampiniu greičiu $\boldsymbol{\omega}$, ir mes esame tiksliai jų sukimosi plokštumoje. Taip pat leiskime, kad žvaigždžių paviršių temperatūros $\boldsymbol{T_1}$ ir $\boldsymbol{T_2}$ ($\boldsymbol{T_1} > \boldsymbol{T_2}$), ir atitinkamai jų spinduliai $\boldsymbol{R_1}$ ir $\boldsymbol{R_2}$ ($\boldsymbol{R_1} > \boldsymbol{R_2}$). Stebima Žemėje visos sistemos spinduliuotės intensyvumo priklausomybė nuo laiko pavaizduota 1 pav. Matavimai parodė, kad intensyvumai minimumuose sudaro 90 % ir 63 % maksimalaus intensyvumo $\boldsymbol{I_0}$ ($I_0 = 4{,}8\times10^{-9}$ W/m^2). Vertikalioje ašyje atidėtas santykinis intensyvumas I/I_0, o horizontaliojoje ašyje atidėtos paros.



1 pav. Dvinarės žvaigždės santykinio šviesos intensyvumo priklausomybė nuo laiko.

1.1	Nustatykite sistemos sukimosi periodą. Atsakymą pateikite sekundėmis dviejų ženklų tikslumu. Kam lygus sistemos kampinis greitis (rad/s)?	0.8

Gana tiksliai žvaigždė spinduliuoja kaip absoliučiai juodas plokščio disko formos kūnas, kurio spindulys lygus žvaigždės spinduliui. Todėl žvaigždės spinduliuotės galia yra proporcinga AT^4, čia A yra to disko plotas, o T paviršiaus temperatūra.

1.2	Panaudodami 1 pav. raskite santykius T_1/T_2 ir R_1/R_2.	1.6

Dvinarių žvaigždžių spektrometrija

Šiame skyriuje nustatinėsime dvinarės žvaigždės savybes panaudodami spektroskopinio eksperimento duomenis.

Atomai sugeria ir spinduliuoja tik tam tikrų bangų ilgių šviesą. Taigi, stebimame žvaigždės spektre yra sugerties linijos, atitinkančios atomus, esančius žvaigždės atmosferoje. Natrio spektras turi charakteringą geltoną liniją (D_1 linija), jos bangos ilgis 5895,9 Å (10 Å = 1 nm). Nagrinėsime minėtos dvinarės žvaigždės natrio sugerties spektrą tos linijos aplinkoje. Dėl žvaigždžių judėjimo mūsų atžvilgiu šviesai pasireiškia Doplerio efektas. Žvaigždžių greičiai skirtingi. Todėl sugerties linijai stebimi skirtingi poslinkiai. Kadangi žvaigždžių greičiai yra žymiai mažesni už šviesos greitį, poslinkiai pastebimi tik tiksliai matuojant bangų ilgius. Laikysime, kad žvaigždžių masių centras juda žymiai lėčiau už pačias žvaigždes. Todėl visus Doplerio poslinkius lemia judėjimas orbita. 1 lentelėje yra pateikti stebimi dviejų skirtingų žvaigždžių natrio sugerties linijų bangos ilgių vertės skirtingu laiku.

1 lentelė. Žvaigždžių sistemos natrio sugerties D_1 linijų bangos ilgių vertės.

t/paros	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4
λ_1 (Å)	5897.5	5897.7	5897.2	5896.2	5895.1	5894.3	5894.1	5894.6
λ_2 (Å)	5893.1	5892.8	5893.7	5896.2	5897.3	5898.7	5899.0	5898.1
t/paros	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8
λ_1 (Å)	5895.6	5896.7	5897.3	5897.7	5897.2	5896.2	5895.0	5894.3
λ_2 (Å)	5896.4	5894.5	5893.1	5892.8	5893.7	5896.2	5897.4	5898.7

Pastaba: Braižyti grafiko pagal tą lentelę nereikia

2. Panaudojant 1 lentelę atsakykite į klausimus.

2.1	Nustatykite žvaigždžių orbitinius greičius v_1 ir v_2. Šviesos greitis $c = 3{,}0\times10^8$ m/s.	1.8

2.2	Nustatykite žvaigždžių masių santykį (m_1/m_2).	0.7

2.3	Nustatykite žvaigždžių atstumus r_1 ir r_2 iki jų masių centro.	0.8

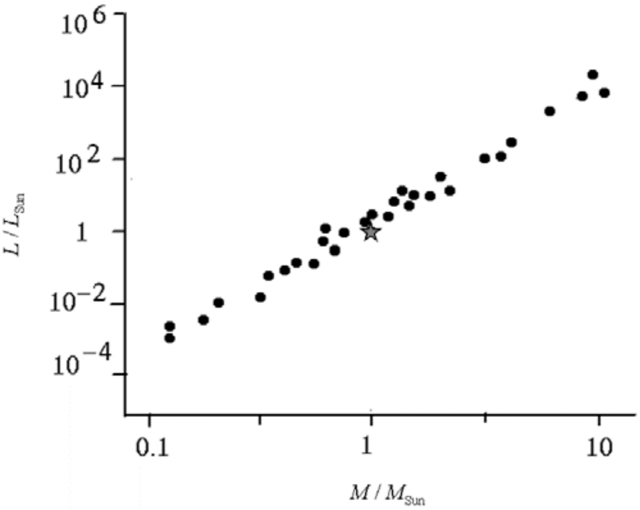
2.4	Nustatykite atstumą r tarp žvaigždžių.	0.2

3 Žvaigždės sąveikauja tik gravitacinėmis jėgomis.

3.1	Nustatykite žvaigždžių mases vieno ženklo tikslumu. Gravitacinė konstanta $G = 6{,}7\times10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2}.	1.2

Bendri žvaigždžių parametrai

4. Daugiausia žvaigždžių generuoja energiją pagal tą patį mechanizmą. Todėl nustatyta empirinė priklausomybė tarp žvaigždės masės $\boldsymbol{M}$ ir jos šviesio $\boldsymbol{L}$, kuris yra visa žvaigždės spinduliuotės galia. Tą priklausomybė yra tokia: $L / L_{Sun} = \left(M / M_{Sun}\right)^{\alpha}$, čia Saulės masė $M_{Sun} = 2{,}0 \times 10^{30}$ kg, Saulės šviesis $L_{Sun} = 3{,}9 \times 10^{26}$ W. 2 pav. pateiktas tos priklausomybės grafikas.



2 pav. Žvaigždės šviesio priklausomybė nuo jos masės kaip laipsninė funkcija. Abiejų ašių masteliai yra logaritminiai. Žvaigždute pažymėta Saulė.

4.1	Nustatykite laipsnio rodiklį α vieno ženklo tikslumu.	0.6

4.2	Nustatykite aukščiau nagrinėtos sistemos žvaigždžių šviesius $\boldsymbol{L_1}$ ir $\boldsymbol{L_2}$.	0.6

4.3	Nustatykite šviesmečiais atstumą $\boldsymbol{d}$ nuo mūsų iki dvinarės žvaigždės. Atstumui rasti galite naudoti 1 pav. Šviesmetis tai atstumas, kurį nueina šviesa per vienerius metus.	0.9

4.4	Nustatykite maksimalų kampinį atstumą $\boldsymbol{\theta}$ tarp žvaigždžių stebint iš Žemės.	0.4

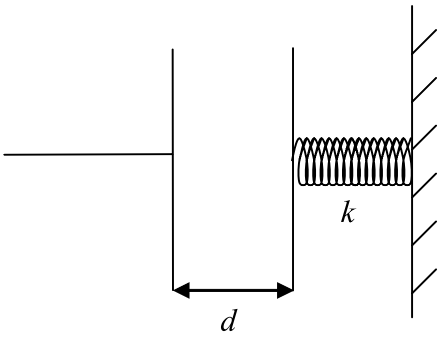
4.5	Nustatykite mažiausią optinio teleskopo skersmenį, kuriuo būtų galima išskirti tas dvi žvaigždės stebint iš Žemės.	0.4

Oranžinė teorinė užduotis

Šiame uždavinyje mes nagrinėsime supaprastintą modelį pagreičių matuoklio, naudojamo automobiliuose aktyvuoti oro pagalves avarijos metu. Norime sukurti tokią elektromechaninę sistemą, kad viršijant pagreičiui tam tikrą vertę vienas iš elektrinių sistemos parametrų, pvz., įtampa tam tikrame grandinės taške, viršytų ribą, ir oro pagalvės suveiktų.

Pastaba: į sunkio jėgą neatsižvelkite.

1 Nagrinėsime lygiagrečių plokštelių kondensatorių, pavaizduotą 1 pav. Kiekvienos plokštelės plotas ***A***, atstumas tarp plokštelių ***d***, kuris yra žymiai mažesnis už plokštelių matmenis. Viena iš plokštelių sujungta su automobilio sienele ***k*** tamprumo spyruokle, kita įtvirtinta. Kai atstumas tarp plokštelių yra ***d***, spyruoklė nedeformuota. Laikome, kad oro elektrinė konstanta $\varepsilon = 1$. Tokio kondensatoriaus talpa $C_0 = \varepsilon_0 A/d$. Suteikiame plokštelėms krūvius +***Q*** ir –***Q*** ir leidžiame nusistovėti mechaninei pusiausvyrai.



1 pav.

1.1	Nustatykite elektrostatinę jėgą $\boldsymbol{F}_\mathbf{E}$, kuria plokštelės veikia viena kitą.	0.8

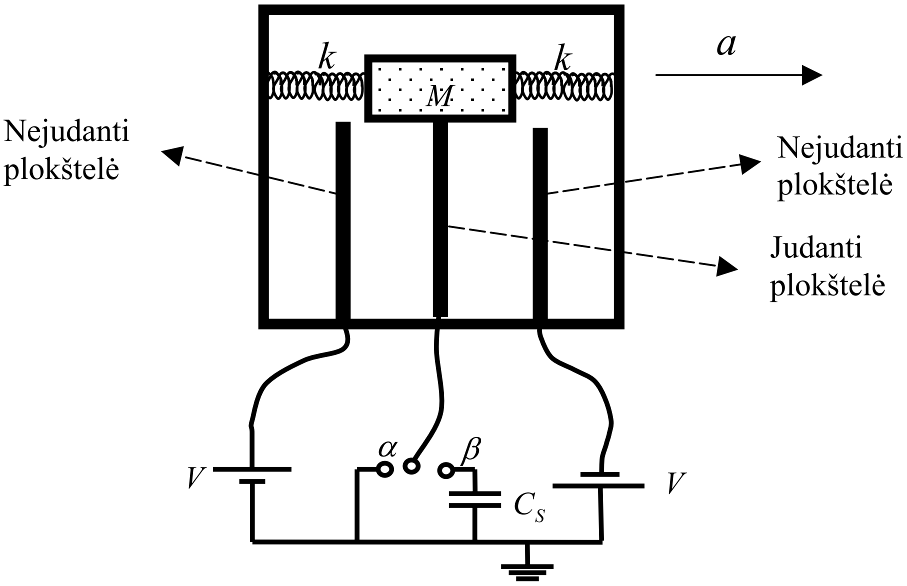
1.2	Nustatykite sujungtos su spyruokle plokštelės poslinkį ***x*** nuo pradinės padėties.	0.6

1.3	Išreikškite potencialų skirtumą ***V*** tarp plokštelių per ***Q***, ***A***, ***d*** ir ***k***.	0.4

1.4	Tegu ***C*** yra kondensatoriaus talpa, apibrėžta kaip krūvio ir potencialų skirtumo santykis. Išreikškite santykį $\boldsymbol{C/C_0}$ per ***Q***, ***A***, ***d*** ir ***k***.	0.3

1.5	Išreikškite pilną sistemos energiją ***E*** per ***Q***, ***A***, ***d*** ir ***k***.	0.6

2 pav. vaizduoja masės ***M*** kūną, prie kurio pritvirtina nesvari laidi plokštelė. Kūnas sujungtas su kėbulu dviem vienodom tamprumo ***k*** spyruoklėm. Laidi plokštelė gali judėti pirmyn ir atgal tarp dviejų įtvirtintų laidžių plokštelių. Visos plokštelės vienodos ir kiekvienos jų plotas ***A***. Tos plokštelės sudaro du kondensatorius. Kaip parodyta 2 pav. šoninės plokštelės prijungtos prie ***V*** ir –***V*** įtampos šaltinių, o vidurinė plokštelė dviejų padėčių jungikliu sujungta su žeme. Plokštelės visada išlieka lygiagrečios. Nesant pagreičio vidurinės plokštelės atstumai nuo kraštinių yra vienodi ir lygus ***d***, kuris yra žymiai mažesnis už plokštelių matmenis. Vidurinės plokštelės storio nepaisykite.



2 pav.

Jungiklis gali būti dviejose padėtyse ***α*** ir ***β***. Leiskime, kad prietaisas automobilyje juda pastoviu pagreičiu. Leiskime, kad esant pastoviam pagreičiui nusistovi pusiausvyra ir nevyksta svyravimai, t. y., visos dalys viena kitos ir automobilio atžvilgiu nejuda.

Dėl pagreičio vidurinė plokštelė pasislenka atstumu x nuo vidurinės padėties.

2 Nagrinėsime atvejį, kai jungiklis yra padėtyje ***α***, t. y., vidurinė plokštelė yra įžeminta.

2.1	Nustatykite kiekvieno kondensatoriaus krūvį kaip x funkciją.	0.4

2.2	Nustatykite vidurinę plokštelę veikiančia elektrinę jėgą F_E kaip x funkciją.	0.4

2.3	Laikant, kad $d >> x$, nariai su x^2 gali būti atmesti. Supaprastinkite aukščiau gautą formulę.	0.2

2.4	Užrašykite pilną (elektrinė ir spyruoklės įtempimo) jėgą, veikiančią vidurinę plokštelę pavidale $-k_{eff}x$ ir gaukite k_{eff} formulę.	0.7

2.5	Išreikškite pastovų automobilio pagreitį a kaip x funkciją.	0.4

3 Dabar nagrinėsime atveji, kai jungiklis yra padėtyje ***β***, t. y., vidurinė plokštelė yra įžeminta per kondensatorių, kurio talpa C_S **(**pradžioje kondensatoriai neįkrauti**)**. Kai vidurinė plokštelė pasislinkusi atstumu x iš vidurinės padėties,

3.1	Nustatykite įtampą V_S kondensatoriuje C_S kaip x funkciją.	1.5

3.2	Laikant, kad $d >> x$, nariai su x^2 gali būti atmesti. Supaprastinkite aukščiau gautą formulę.	0.2

4 Mes norime parinkti uždavinio parametrus taip, kad oro pagalvės nesuveiktų esant normaliam stabdymui, bet suveiktų pakankamai greitai avarijos metų apsaugodama vairuotojo galvą nuo smūgio į stiklą arba vairą. Kaip matėte 2 dalyje, atstojamoji jėga, veikianti vidurinę plokštelę, gali būti pakeista tampria jėga su tamprumo koeficientu k_{eff} . Visa sistema primena *spyruoklinę svyruoklę* su mase M ir tamprumo koeficientu k_{eff}, veikiamą pastovaus laisvojo kritimo pagreičio a, kuris šiuo atveju ir yra automobilio pagreitis.

Pastaba: nuo šios uždavinio vietos nelaikysime, kad esant pastoviam pagreičiui yra nusistovėjusi pusiausvyra ir masė M nejuda automobilio atžvilgiu.

Į trintį neatsižvelkite ir imkite tokias parametrų skaitines vertes:

$d = 1.0\,\text{cm}$, $A = 2.5\times10^{-2}\,\text{m}^2$, $k = 4.2\times10^3\,\text{N/m}$, $\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\,\text{C}^2/\text{Nm}^2$, $V = 12\,\text{V}$, $M = 0.15\,\text{kg}$.

4.1	Naudodami pateiktus duomenis ir formulę iš atsakymo į klausimą 2.3 parodykite, kad į elektrines jėgas galima neatsižvelgti.	0.6

Mes taip pat neskaičiuosime elektrinių jėgų esant jungikliui padėtyje β, laikydami, kad į jas taip pat galima neatsižvelgti.

4.2	Judantis pastoviu greičiu automobilis staigiai stabdomas pastoviu pagreičiu a. Koks yra didžiausias plokštelės poslinkis? Pateikite atsakymą per duotus parametrus.	0.6

Laikyme, kad jungiklis yra padėtyje β, o sistema taip suderinta, kad oro pagalvė aktyvuojama esant įtampai $V_S = 0{,}15\,\text{V}$. Mes norime, kad oro pagalvė nesuveiktų, jei automobilio pagreitis neviršija laisvojo kritimo pagreičio $g = 9{,}8\,\text{m/s}$, ir suveiktų priešingu atveju.

4.3	Kam turi būti lygi talpa C_S šiuo atveju?	0.6

Mes norime išsiaiškinti ar oro pagalvė suveiks pakankamai greitai, kad apsaugotų vairuotoją. Laikykite, kad avarijos metu pagreitis lygus g, o vairuotojo galva tęsia judėjimą pastoviu greičiu.

4.4	Patys pasirikite galimą atstumą nuo vairuotojo galvos iki stiklo arba vairo ir raskite laiką t_1, per kurį galva pasieks kliūtį.	0.8

4.5	Raskite laiką t_2 iki oro pagalvės aktyvavimo ir sulyginkite jį su t_1. Ar laiku suveiks oro pagalvė? Laikykite, kad pagalvė suveikia momentaliai.	0.9

Mėlyna teorinė užduotis

Fizikinėse formulėse skirtingose lygybės pusėse esančios išraiškos turi turėti vienodą dimensiją. Tuo pasinaudojant kartais galima atspėti fizikinių sąryšių pavidalą nesprendžiant lygčių. Pavyzdžiui, jeigu reikia nustatyti kritimo laiką iš aukščio h esant laisvojo kritimo pagreičiui g, nesunku gauti išraišką $T = a(h/g)^{1/2}$. Toks sprendimas duodą neapibrėžtą bedimensinę konstantą a, kurios negalima nustatyti šiuo metodu. Ji gali turėti vertes 1, ½, $\sqrt{3}$, π arba kitokias. Toks metodas vadinamas *dimensinė analizė.* Joje laikoma, kad bedimensinės konstantos yra nesvarbios. Laimei, dažniausiai bedimensinių konstantų vertės yra artimos 1 ir jų išmetimas iš esmės nekeičia fizikinių dydžių didumo.

Bendru atveju visi fizikiniai dydžiai yra užrašomi per keturis pagrindinius dydžius: $\boldsymbol{M}$ (masė), $\boldsymbol{L}$ (ilgis), $\boldsymbol{T}$ (laikas) ir $\boldsymbol{K}$ (temperatūra). Fizikinio dydžio $\boldsymbol{x}$ dimensija žymima $[\boldsymbol{x}]$. Kaip pavyzdį užrašysime dimensijas greičio $\boldsymbol{v}$, kinetinės energijos $\boldsymbol{E}_\mathbf{k}$ ir šiluminės talpos $\boldsymbol{C}_\mathrm{V}$: $[\boldsymbol{v}]=\boldsymbol{LT}^{-1}$, $[\boldsymbol{E}_\mathbf{k}]=\boldsymbol{ML}^2\boldsymbol{T}^{-2}$, $[\boldsymbol{C}_\mathrm{V}]=\boldsymbol{ML}^2\boldsymbol{T}^{-2}\boldsymbol{K}^{-1}$.

1. Fundamentaliosios konstantos ir dimensinė analizė

1.1	Raskite fundamentaliųjų konstantų dimensijas: Planko konstantos $\boldsymbol{h}$, šviesos greičio $\boldsymbol{c}$, gravitacinės konstantos $\boldsymbol{G}$ ir Bolcmano konstantos $\boldsymbol{k}_\mathbf{B}$ per ilgio, masės, laiko ir temperatūros dimensijas.	0.8

Stefano ir Bolcmano dėsnis sako, kad absoliučiai juodo kūno spinduliuotės galia (energijos kiekis, išspinduliuojamas visomis kryptimis per laiko vienetą) lygi $\boldsymbol{\sigma\theta}^4$, čia $\boldsymbol{\sigma}$ yra Stefano ir Bolcmano konstanta ir $\boldsymbol{\theta}$ yra absoliuti temperatūra.

1.2	Raskite Stefano ir Bolcmano konstantos $\boldsymbol{\sigma}$ dimensiją per ilgio, masės, laiko ir temperatūros dimensijas.	0.5

Stefano ir Bolcmano konstanta nėra fundamentalioji konstanta ir ją galima užrašyti per fundamentalias konstantas, t. y., galima parašyti $\sigma = a\, h^{\alpha} c^{\beta} G^{\gamma} k_B^{\ \delta}$. Šioje lygybėje $\boldsymbol{a}$ yra vieneto eilės bedimensinė konstanta. Kaip minėta aukščiau ja galima prilyginti 1.

1.3	Naudodami dimensinę analizę raskite $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\gamma}$ ir $\boldsymbol{\delta}$.	1.0

2 Juodųjų skylių fizika

Šioje uždavinio dalyje naudodami dimensinę analizę mes nustatysime juodųjų skylių savybes. Sutinkamai su fizikos teorema, žinoma kaip *beplaukė teorema* visi juodosios skylės parametrai, kurie aptariami šiame uždavinyje, priklauso tik nuo juodosios skylės masės. Vienas iš juodosios skylės parametrų yra įvykių horizonto plotas. Trumpai kalbant, įvykių horizontas yra juodosios skylės riba. Viduje šios ribos gravitacija yra tiek stipri, kad net šviesa negali išeiti už šios ribos.

Mes norime rasti ryšį tarp juodosios skylės masės $\boldsymbol{m}$ ir įvykių horizonto ploto $\boldsymbol{A}$. Jis priklauso nuo juodosios skylės masės, šviesos greičio ir gravitacinės konstantos. Kaip ir 1.3 klausime rašome $A = G^{\alpha} c^{\beta} m^{\gamma}$.

2.1	Naudodami dimensinę analizę raskite $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ ir $\boldsymbol{\gamma}$.	0.8

Iš 2.1 rezultato matyti, kad juodosios skylės įvykių horizonto plotas didėja augant masei. Iš klasikinio požiūrio seka, kad niekas neišeina iš juodosios skylės, ir todėl vykstant bet kokiems fizikiniams procesams įvykių horizonto plotas gali tik didėti. Analogiškai antrajam termodinamikos dėsniui Bekenstein pasiūlė priskirti juodajai skylei entropiją S, proporcingą jos įvykių horizonto plotui $S = \eta A$. Šis priskyrimas buvo padarytas labiau pagristai naudojant kitokius argumentus.

2.2	Panaudodami termodinaminį entropijos apibrėžimą $dS = dQ/\theta$ raskite entropijos dimensiją. dQ yra šilumos pokytis, o θ – absoliuti temperatūra.	0.2

2.3	Kaip ir 1.3 punkte išreikškite dimensinę konstantą η per fundamentaliąsias konstantas $\boldsymbol{h}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{G}$ ir $\boldsymbol{k_B}$.	1.1

3 Hovkino spinduliavimas

Pusiau kvantinio artutinumo rėmuose Hovkinas teigia, kad skirtingai nuo klasikinio požiūrio juodosios skylės spinduliuoja kaip absoliučiai juodieji kūnai, esantys taip vadinamos *Hovkino temperatūros*. Pagal šioje užduotyje naudojamą modelį laikoma, kad juodoji skylė yra juodasis kūnas, neveikiantis savo aplinkos.

Nenaudokite dimensinės analizės spręsdami šią ir tolimesnes užduotis, bet galite naudoti aukščiau gautus rezultatus.

3.1	Naudodami $E = mc^2$, kurį išreiškia juodosios skylės energiją per masę, ir termodinamikos dėsnius, išreikškite juodosios skylės Hovkino temperatūrą $\boldsymbol{\theta_H}$ per jos masę ir fundamentaliąsias konstantas.	0.8

3.2	Juodosios skylės masė gali keistis dėl Hovkino spinduliavimo. Naudodami Stefano ir Bolcmano dėsnį raskite to kitimo tempo priklausomybę nuo Hovkino temperatūros $\boldsymbol{\theta_H}$ ir išreikškite jį per masę ir fundamentaliąsias konstantas.	0.7

3.3	Nustatykite laiką $\boldsymbol{t^*}$, per kurį masės $\boldsymbol{m}$ juodoji skylė pilnai išgaruoja, t. y., netenka visos masės.	1.1

Termodinamikos požiūriu juodosios skylės elgiasi keistai. Pavyzdžiui juodosios skylės šiluminė talpa yra neigiama.

3.4	Nustatykite masės $\boldsymbol{m}$ juodosios skylės šiluminę talpą.	0.6

4 Juodosios skylės ir kosminė reliktinė spinduliuotė

Laikysime, kad juodoji skylė yra kosminės reliktinės spinduliuotės fone. Kosminė reliktinė spinduliuotė yra temperatūros θ_B juodojo kūno spinduliuotė, užpildanti visą visatos erdvę. Kūnas, kurio paviršiaus plotas A per laiko vienetą gaus energijos kiekį $\sigma\theta_B^4 \times A$. Tokiu būdu, izoliuota juodoji skylė praras energiją dėl Hovkino spinduliavimo ir gaus energiją iš kosminės reliktinės spinduliuotės.

4.1	Išreikškite juodosios skylės masės kitimo tempą per jos masę, kosminės reliktinės spinduliuotės temperatūrą ir fundamentaliąsias konstantas.	0.8

4.2	Tam tikrai masei m^* minėtas tempas lygus nuliui. Išreikškite m^* per kosminės reliktinės spinduliuotės temperatūrą θ_B ir fundamentaliąsias konstantas.	0.4

4.3	Panaudokite atsakymą 4.2 įstatydami θ_B į 4.1 atsakymą, išreikškite juodosios skylės masės kitimo tempą per m, m^* ir fundamentaliąsias konstantas.	0.2

4.4	Nustatykite juodosios skylės Hovkino temperatūrą esant termodinaminei pusiausvyrai su kosmine reliktine spinduliuote.	0.4

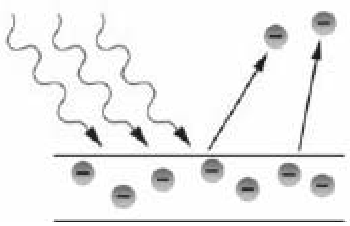
4.5	Ar pusiausvyra stabili ar nestabili? Kodėl? (Atsakymą pagrįskite matematiškai)	0.6

Eksperimentas

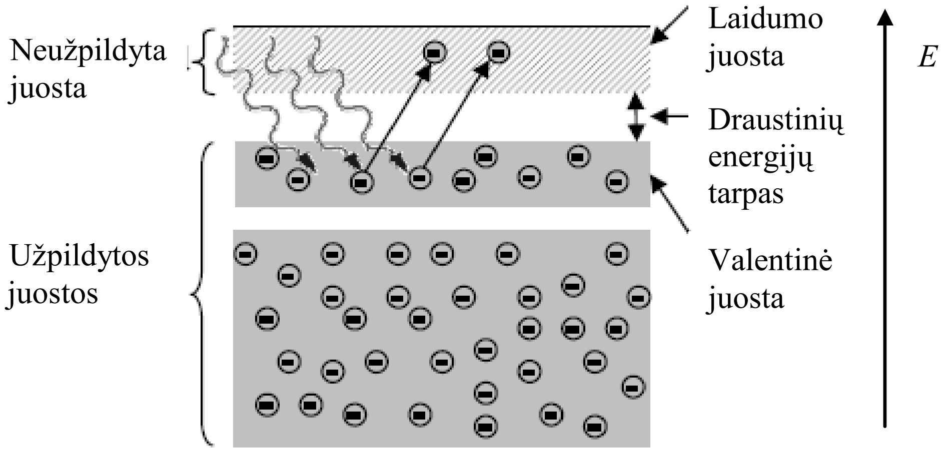
Plonos puslaidininkio plėvelės energijos juostos tarpo nustatymas

I. Įvadas

Puslaidininkiai yra medžiagos, kurių elektroninės savybės yra tarp laidininkų ir dielektrikų. Puslaidininkių elektroninės savybės gali būti pradėtos tirti nuo fotoelektrinio efekto. Fotoelektrinis efektas yra kvantinės elektronikos reiškinys, kai iš medžiagos išskiriami fotoelektronai, sugėrę elektromagnetinės spinduliuotės energiją (t.y., fotonus). Minimali energija, reikalinga elektronui išplėšti iš metalo (fotoelektronui), vadinama išlaisvinimo darbu. Tik fotonai, kurių dažnis ν didesnis už charakteringą metalui ribą, t.y., turintieji energiją $h\nu$ (h yra Planck'o konstanta) didesnę už medžiagos išlaisvinimo darbą, gali išplėšti fotoelektronus. Panašus reiškinys vyksta puslaidininkiuose, turinčiuose energijos juostoje draustinių energijų tarpą. Kietojo kūno fizikoje puslaidininkių ir dielektrikų draustinių energijų tarpas susidaro tarp E_g yra energijos skirtumas tarp valentinės juostos viršaus ir laidumo juostos apačios. Valentinė juosta yra pilna, o laidumo juosta yra tuščia, tačiau elektronai gali pereiti iš valentinės juostos į laidumo juostą gavę atitinkamą energiją (bent jau lygią draustinių energijų tarpui). Puslaidininkių laidumas labai priklauso nuo draustinių energijų tarpo pločio.



1 pav. Fotoelektronų emisijos iš metalinės plokštelės iliustracija. Krintančio fotono energija turi būti didesnė už elektrono išlaisvinimo iš medžiagos darbą



2 pav. Puslaidininkio energijos juostų schema

Juostų struktūrą leidžia sudaryti puslaidininkinių junginių ir priemaišų parinkimas. Pastaruoju metu parodyta, kad tai galima padaryti ir keičiant puslaidininkio nanostruktūrą. Šiame eksperimente reikia nustatyti draustinių energijų tarpą plonos puslaidininkinės plėvelės, turinčios geležies oksido (Fe_2O_3) nano dalelių grandinėles, naudojant optinį metodą. Draustinių energijų tarpui matuoti tirsime skaidrios plėvelės optinės sugerties savybes naudodami jos optinio pralaidumo spektrą. Sugerties spektras rodo staigų padidėjimą kai krintančių fotonų energija lygi draustinio energijos tarpo pločiui.

II. Eksperimento įranga

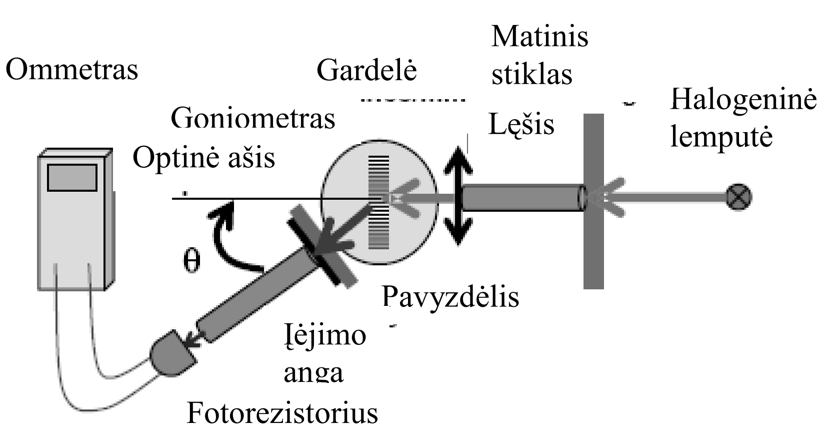
Priemonės:

1. Didelė balta dėžė, kurioje yra spektrometras ir halogeninė lempa.
2. Maža dėžutė, kurioje yra pavyzdėlis, pavyzdėlio laikiklis, stiklas, gardelė ir fotorezistorius.
3. Multimetras.
4. Kalkuliatorius.
5. Liniuotė.
6. Kortelė su skylute viduryje.
7. Žymėjimo etikečių rinkinys.

Spektromete yra goniometras, kurio tikslumas 5’. Halogeninė lempa, naudojama kaip šviesos šaltinis, įtvirtina ant nejudamojo spektrometro peties.

1. Pavyzdėlio laikiklis turi du langelius: viename yra stiklas, padengtas Fe_2O_3 plėvele, kitame – nepadengtas stiklas.
2. Fotorezistorius sumontuotas ant laikiklio ir naudojamas kaip šviesos detektorius.
3. Skaidri difrakcinė gardelė su 600 rėžių/mm.

Schematinė eksperimento diagrama parodyta 3pav.



3 pav. Eksperimento schema

III. Metodas

Plėvelės pralaidumui $T_{film}(\lambda)$ nustatyti įvairiems bangos ilgiams naudojama formulė:

$$T_{film}(\lambda) = I_{film}(\lambda) / I_{glass}(\lambda), \qquad (1)$$

čia I_{film} ir I_{glass} yra atitinkamai šviesos, praėjusios per padengtą stiklą ir nepadengtą stiklą, intensyvumai. I vertė išmatuojama šviesos detektorių – fotorezistorių, kurio elektrinė varža mažėja didėjant krintančios šviesos intensyvumui. I vertė nustatoma iš išraiškos

$$I(\lambda) = C(\lambda) R^{-1} \qquad (2)$$

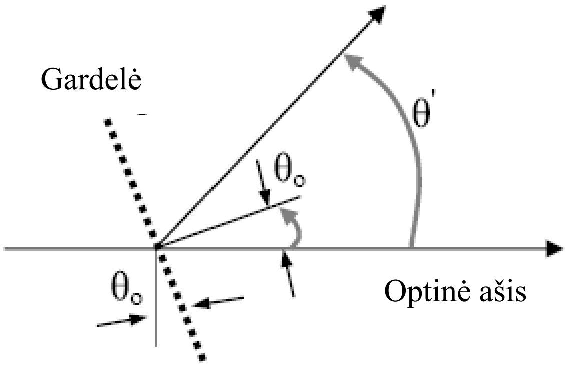
čia R yra fotorezistoriaus elektrinė varža, C – priklausantis nuo λ koeficientas.

Skaidri spektrometro gardelė skirtingo bangos ilgio šviesą nukreipia skirtingais kampais. Todėl tiriant T kitimą priklausomai nuo λ pakanka keisti fotorezistoriaus kampą θ' optinės ašies (nurodančios šviesos kritimo į gardelę kryptį) atžvilgiu, kaip parodyta 4 pav.

Iš gardelės lygties:

$$n\lambda = d[\sin(\theta' - \theta_0) + \sin\theta_0] \qquad (3)$$

Galima apskaičiuoti kampą θ', atitinkantį tam tikrą λ: n yra difrakcijos eilė, d yra gardelės konstanta, o θ_0 yra kampas tarp optinės ašies ir statmens į gardelės plokštumą (4 pav.). (Eksperimente stengsimės gardelę orientuoti statmenai optinei ašiai (θ_0=0), tačiau kadangi to padaryti tiksliai nepavyksta, 1-e užduotyje bus išmatuota pataisa, susieta su nukrypimu nuo statmenumo).



4 pav. (3) lygtyje naudojami kampai

Eksperimentiškai parodyta, fotonų energijoms, nežymiai didesnėms už draustinių energijų tarpą, galioja sąryšis:

$$\alpha h\nu = A(h\nu - E_g)^{\eta} \qquad (4)$$

čia α yra plėvelės sugerties koeficientas, A – konstanta, priklausanti nuo plėvelės medžiagos, o η apibrėžia plėvelės medžiagos sugerties mechanizmas ir struktūra. Pralaidumas susietas su a sugerties išraiška

$$T_{film} = \exp(-\alpha t) \qquad (5)$$

čia t yra plėvelės storis.

IV. Užduotys:

1. Derinimas ir matavimas:

1 žingsnis

1-a. Nurodykite didžiausią nonijaus skalės tikslumą ($\Delta\theta$).

Pradėdami eksperimentą leiskite halogeninei lemputei įkaisti ir jos neišjunkite viso eksperimento metu. Lemputę patalpinkite kuo toliau nuo lęšio, taip gausite lygiagrečių spindulių pluoštelį.

Rūpestingai nustatykite nonijaus skalės nulinę padalą. Įstatykite gardelę į laikiklį ir nustatykite gardelę statmenai krintantiems spinduliams. Tam tikslui panaudokite kortelę su skylute: Sukdami gardelę sutapdinkite pro kortelės skylutę praėjusios šviesos atspindį nuo gardelės su pačia skylute. Išmatavę atstumą tarp kortelės ir gardelės įvertinkite derinimo tikslumą ($\Delta\theta_0$).

1-b. Sukdami pasukamąjį spektrometro petį nustatykite, kokių kampų intervale gaunamas matomos šviesos (nuo mėlynos iki raudonos spalvos) pirmos eilės difrakcinis spektras.

2 žingsnis

Pasukamojo spektrometro peties gale įstatykite fotorezistorių. Pasukdami pasukamąjį spektrometro petį parinkite fotorezistoriaus padėtį, atitinkančią mažiausią jo varžą ($R_{\min}^{(0)}$), t.y., patikslinkite nulio parinkimą.

1-c

Pažymėkite gautą naują nulinės padėties kampą ($\Delta\varphi_0$). Tai nulio nustatymo paklaida.

Nuoroda: Užfiksuokite visus reguliavimo varžtus ir nekeiskite jų padėties per visą eksperimentą.

3 žingsnis:
Pasukite pasukamąjį spektrometro petį į pirmos eilės difrakcijos sritį. Nustatykite kampą, kuriam atitinka rezistoriaus varžos minimumas. Galite pareguliuoti gardelės palinkimą, siekdami kuo mažesnės rezistoriaus varžos.

1-c
Užrašykite gautą varžos vertę $R_{\min}^{(1)}$.
Patikrinkite gardelės statmenumą pluošteliui pagal 1 žingsnį.
Svarbu: Toliau eksperimentas atliekamas tamsoje, uždengus dėžę.
Matavimai: pritvirtinkit pavyzdėlio laikiklį prie pasukamojo peties. Pavyzdėlį įstatykit į laikiklį taip, kad ties anga S_1 būtų kuo tolydesnė pavyzdėlio dalis. Pažymėkite etiketėmis laikiklio padėtį, kad matuotumėte vis tą pačią pavyzdėlio vietą.
Dėmesio: Fotorezistorius turi relaksuoti, todėl prieš nurašant rodmenis palaukite 3–4 min.
Matuokite varžą esant nepadengtam stiklui ir stiklui su plėvele keisdami pasukamojo peties posūkio kampą. Duomenis surašykit į lentelę 1d. Reikia išmatuoti duomenis bent 20 taškų 1b žingsnyje nustatytame kampų intervale.

1-d
Išnagrinėkite paklaidas.

4 žingsnis:
Gardelė negali būti orientuota tiksliai statmenai pluošteliui, todėl randame asimetriškumą matuodami pralaidumą abiejose optinės ašies pusėse, nustatydami nukrypimą nuo statmenumo (θ_0).
Asimetrijai rasti matuokite tokia tvarka:

1-e
Atlikite matavimus keletui taškų kampo $\theta = -20^\circ$ aplinkoje, gautiems taškams nubrėžkite kreivę. Gautą kreivę palyginkite su 1d dalyje gautų taškų duodama kreive. Tas pačias matavimų vertes atitinkančių argumentų skirtumas δ patikslina maksimumui atitinkantį bangos ilgį. Kadangi δ mažas, gauname:

$$\lambda = d\sin(\theta - \delta/2) \qquad (7)$$

2. Skaičiavimai:

2-a
Pagal (7) išreikškite paklaidą $\Delta\lambda$ per matuojamų dydžių paklaidas (d laikome tikslia). Iš (1), (2) ir (5) išreikškite ΔT_{film} per R ir ΔR.

2-b
Pateikite $\Delta\lambda$ vertes, atitinkančias pirmąją difrakcijos eilę.

2-c
Pagal 1 žingsnį sudarykite 2c lentelę. Bangos ilgis turi būti apskaičiuotas pagal (7).

2-d
Nubraižykite R_{glass}^{-1} ir R_{film}^{-1} priklausomybės nuo λ grafikus toje pačioje diagramoje. Pastebėkite, kad sutinkamai su (2) R_{glass}^{-1} ir R_{film}^{-1} pateikia informaciją apie I_{glass} ir I_{film}.
2d lentelėje nurodykite bangų ilgius, kuriems esant R_{glass} ir R_{film} įgauna mažiausias vertes.

2-e
Puslaidininkiniam sluoksniui nubraižykite T_{film} priklausomybės nuo bangos ilgio grafiką. Jis išreiškia plėvelės pralaidumo kitimą priklausomai nuo bangos ilgio.

3. Duomenų analizė
Įrašę η=1/2 ir A=0,071 ((eV)$^{1/2}$/nm) į (4) gauname E_g ir t (V ir nm). Tai gali būti padaryta nubraižius atitinkamą grafiką xy koordinatėse ir ekstrapoliuojant į sritį, kurioje ta lygtis galioja.

3-a
Imdami $x=h\nu$ ir $y=(\alpha t h\nu)^2$ ir naudodami 1 užduoties matavimus užpildykite 3a lentelę Bangų ilgiams 530 nm aplinkoje ir aukščiau. Išreikškite rezultatus (x ir y) korektišku reikšminių skaitmenų skaičiumi remdamiesi pavienių taškų paklaidomis. $h\nu$ turi būti išreikšta eV, o bangos ilgis nm.

3-b
Nubraižykite *y* priklausomybės nuo *x* grafiką. Pastebėkite, kad *y* atitinka plėvelės sugertį. Priderinkite tiesę 530 nm aplinkoje. Išskirkite sritį, kurioje tinka (4) lygtis, nurodydami *x* didžiausią ir mažiausią vertes, kurias panaudojote nubrėždami tiesę.
3-c
Nustatykite tiesės krypties koeficientą *m* ir išreikškite plėvelės storį (t) ir jo paklaidą (Δt) per *m* ir *A* (Laikykit, kad *A* neturi paklaidos).
3-d
Nustatykite E_g ir *t* bei jų paklaidas (eV ir nm). Užpildykite 3d lentelę.
Duotos konstantos:
Šviesos greitis: c=3,00 10^8 m/s
Plank'o konstanta: h=6,63 10^{-34} J.s
Elektrono krūvis: e=1,60 10^{-19} C

Sprendimai

Rožinė teorinė užduotis

1.1
Periodas = 3,0 days = $2{,}6\times10^5$s.
Periodas=$2\pi/\omega$, ω=$2{,}4\times10^{-5}$ rad s−1
1.2
Iš 1 diagramos minimumo $I_1/I_0=\alpha=0{,}90$ ir $I_2/I_0=\beta=0{,}63$ gauname:

$$I_0/I_1=1+(R_2/R_1)^2(T_2/T_1)^4=1/\alpha\,,$$

$$I_2/I_1=1-(R_2/R_1)^2\left(1-(T_2/T_1)^4\right)=\beta/\alpha\,.$$

Iš aukščiau pateiktų išraiškų gauname:

$$R_1/R_2=\sqrt{\alpha/(\alpha-\beta)},\ \ R_1/R_2=1{,}6\,,$$

$$T_1/T_2=\sqrt{(1-\beta)/(1-\alpha)},\ \ T_1/T_2=1{,}4\,.$$

2.1)
Doppler'io poslinkio formulė:
$\Delta\lambda/\lambda=v/c$
Maksimalus ir minimalus bangos ilgiai:
$\lambda_{1,\max}$=5897,7 Å , $\lambda_{1,\min}$ = 5894,1 Å
$\lambda_{2,\max}$ =5899,0 Å , $\lambda_{2,\min}$ =5892,8 Å
Skirtumas tarp maksimalių ir minimalių bangos ilgių:
$\Delta\lambda_1$ = 3,6 Å , $\Delta\lambda_2$ = 6,2 Å
Naudodami Doppler'io formulę ir pastebėję, kad poslinkį sukelia dvigubas orbitinis greitis, gauname:

$$v_1=c\frac{\Delta\lambda_1}{2\lambda_0}=9{,}2\times10^4\ \text{m/s},$$

$$v_2=c\frac{\Delta\lambda_2}{2\lambda_0}=1{,}6\times10^5\ \text{m/s}.$$

2.2) Kadangi masių centras mūsų atžvilgiu nejuda,

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{v_2}{v_1}=1{,}7.$$

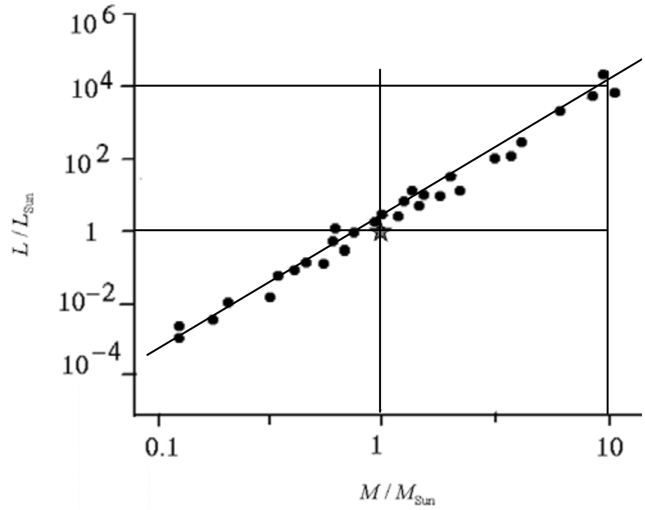
2.3) Kadangi $r_i=v_i/\omega,\ \ (i=1,\ 2)$, gauname:
r_1=$3{,}8\times10^9$ m, r_2=$6{,}5\times10^9$ m.
2.4) r=r_1+r_2=$1{,}0\times10^{10}$ m.
3.1) gravitacijos jėga lygi masės ir įcentrinio pagreičio sandaugai:

$$G\frac{m_1 m_2}{r^2} = \frac{m_1 v_1^2}{r_1} = \frac{m_2 v_2^2}{r_2},$$

todėl

$$\begin{cases} m_1 = \dfrac{r^2 v_2^2}{G r_2} \\ m_2 = \dfrac{r^2 v_1^2}{G r_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 6\times 10^{30} \text{ kg} \\ m_2 = 3\times 10^{30} \text{ kg} \end{cases}$$

4.1) Kaip matyti iš grafiko, vieno ženklo tikslumu $\alpha = 4$.



4.2) Pagal ankstesnį atsakymą

$$L_i = L_{Sun}\left(\frac{M_i}{M_{Sun}}\right)^4,$$

todėl

$$L_1 = 3\times 10^{28} \text{ W}$$

$$L_1 = 4\times 10^{27} \text{ W}$$

4.3) Visa sistemos spinduliuotė pasiskirsto d spindulio sferos paviršiuje, o tai ir duoda I_0:

$$I_0 = \frac{L_1 + L_2}{4\pi d^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{4\pi I_0}},$$

$$d = 1\times 10^{18} \text{ m} = 100 \text{ šviesmečių}$$

4.4) $\theta \cong \text{tg}\theta = \text{r/d} = 1\times 10^{-8} \text{ rad}$.

4.5) Tipinis bangos ilgis yra λ_0.

Tipinis bangos ilgis yra l0 . Naudodami optinio prietaiso skiriamosios gebos išraišką gauname:

$D = d\lambda_0 / r \cong 50 \text{ m}$.

Oranžinė teorinė užduotis

1.1)

Vienos plokštelės sukurto elektrinio lauko stipris (pagal Gauss'o dėsnį)

$E = \sigma / 2\varepsilon_0$

Paviršinio krūvio tankis plokštelei, turinčiai krūvį Q ir plotą A yra

$\sigma = Q / A$

Visą elektrinį lauką sukuria dvi vienodos lygiagrečios plokštelės. Viena plokštelė veikia kitą jėga

$F_e = EQ = Q^2 / (2\varepsilon_0 A)$.

1.2)

Hook'o dėsnis spyruoklei

$F_m = -k\,x$

Esant pusiausvyrai

$F_e = F_m, \; kx = Q^2 / (2\varepsilon_0 A), \; x = Q^2 / (2\varepsilon_0 A k)$.

1.3)

Elektrinis laukas yra pastovus, todėl potencialų skirtumas yra

$V = E(d - x)$

Įrašydami aukščiau gauta elektrinio lauko stiprį, gauname:

$$V = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}\left(1 - \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A k d}\right)$$

1.4) C apibrėžiamas kaip krūvio ir potencialo santykis, t.y.,

$C = Q/V$

Panaudodami 1.3 atsakymą, gauname:

$$\frac{C}{C_0}=\left(1-\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 Akd}\right)^{-1}$$

1.5) Turime spyruoklės mechaninę energiją $U_m = kx^2/2$ ir kondensatoriuje sukauptą elektrinę energiją $U_E = Q^2/2C$, todėl pilna sistemos sukaupta energija yra

$$U=\frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 A}\left(1-\frac{Q^2}{4\varepsilon_0 Akd}\right)$$

2.1) Nurodytai x vertei kondensatoriaus plokštelėse yra krūviai

$Q_1 = VC_1 = \varepsilon_0 AV/(d-x),\ \ Q_2 = VC_2 = \varepsilon_0 AV/(d+x).$

2.2) Turime du kondensatorius. Pagal 1.1 atsakymą kiekvienam kondensatoriui gauname:

$F_1 = Q_1^2/(2\varepsilon_0 A),\ \ F_2 = Q_2^2/(2\varepsilon_0 A)$.

Kadangi tos jėgos yra priešingų krypčių, atstojamoji elektrinė jėga yra

$$F_E = F_1 - F_2 = \frac{\varepsilon_0 AV^2}{2}\left(\frac{1}{(d-x)^2}-\frac{1}{(d+x)^2}\right).$$

Formulėje 2.2 atmesdami x^2 didumo narius gauname:

$$F_E=\frac{2\varepsilon_0 AV^2}{d^3}x.$$

2.4) Kadangi elektrinė ir mechaninė jėgos yra priešingų krypčių, atstojamoji jėga yra

$$F=-2\left(k-\frac{\varepsilon_0 AV^2}{d^3}\right)x,$$

todėl

$$k_{eff}=2\left(k-\frac{\varepsilon_0 AV^2}{d^3}\right).$$

2.5) Iš antrojo Newtown'o dėsnio $F = ma$ ir 2.4 gauname:

$$a=-\frac{2}{m}\left(k-\frac{\varepsilon_0 AV^2}{d^3}\right)x$$

3.1) Panaudodami Kirchhoff'o dėsnį dviem kontūram, gauname:

$$\begin{cases} Q_S/C_S + V - Q_2/C_2 = 0 \\ -Q_S/C_S + V - Q_1/C_1 = 0 \\ Q_2 - Q_1 + Q_S = 0 \end{cases}$$

Kadangi $V_S=Q_S/C_S$, gauname:

$$V_S = V\frac{\dfrac{2\varepsilon_0 Ax}{d^2-x^2}}{C_S+\dfrac{2\varepsilon_0 Ad}{d^2-x^2}}$$

3.2) Atsakyme 3.1 atmesdami x^2 didumo narius, gauname:

$$V_S = V\frac{2\varepsilon_0 Ax}{d^2 C_S + 2\varepsilon_0 Ad}\ .$$

4.1) Elektrinės ir mechaninės jėgų santykis yra

$$\frac{F_E}{F_m}=\frac{\varepsilon_0 AV^2}{kd^3}.$$

Įrašius skaitines vertes, gaunama:

$$\frac{F_E}{F_m}=7{,}6\times10^{-9}$$

Taigi, į elektrines jėgas galima neatsižvelgti.

4.2) Taigi, laikome, kad plokštelę veikia tik spyruoklės jėga:
$F = 2k\,x$.
Esant pusiausvyrai su pagreičiu judančios plokštelės padėtis yra
$x = ma/(2k)$.
Maksimali nuokrypa staigiai pradėjus judėti pagreičiu a yra dvigubai didesnė:
$x_{\max} = 2x = ma/k$.
4.3) Esant pagreičiui $a = g$ maksimalus poslinkis $x_{\max} = mg/k$, panaudojus išraišką 3.2, gaunama:

$$V_S = V\frac{2\varepsilon_0 A x_{\max}}{d^2 C_S + 2\varepsilon_0 A d}\ .$$

Tai turi būti 0,15V . Todėl

$$C_S = \frac{2\varepsilon_0 A}{d}\left(\frac{V x_{\max}}{V_S d} - 1\right),\ \ C_S = 8{,}0\times 10^{-11}\ \mathrm{F}.$$

4.4) Tegu atstumas nuo vairuotojo galvos iki vairo yra l=0,4÷1 m. Tada
$l = g t_1^2/2,\ \ t_1 = \sqrt{2l/g},\ \ t_1 = 0{,}3 \div 0{,}5\ \mathrm{s}$.
4.5) t_2 yra hormoninio osciliatoriaus pusė svyravimo periodo, t.y.,
$t_2 = T/2 = \pi\sqrt{m/2k},\ \ t_2 = 0{,}013\ \mathrm{s}$.
Kadangi $t_1 > t_2$, pagalvė suveiks laiku.

Mėlyna teorinė užduotis

1.1) Galima naudoti bet kokią žinomą formulę, kurioje yra reikalinga konstanta.
I) Planck'o sąryšis: $E = h\nu$ _ $h = E/\nu$ _ $[h] = [E][\nu]^{-1} = ML^2\ T^{-1}$.
II) $[c] = LT^{-1}$
III) $F = Gmm/r^2 \Rightarrow [G] = [F][r^2][m^{-2}] = M^{-1}L^3T^{-2}$.
IV) $E = k_B\theta \Rightarrow [k_B] = [E][\theta]^{-1} = ML^2T^{-2}K^{-1}$.
1.2) Naudojame Stefan'o ir Boltzmann'o dėsnį: $Galia/Plotas = \sigma\theta^4$.
$[\sigma]K^4 = [E]L^{-2}T^{-1} \Rightarrow [\sigma] = MT^{-3}K^{-4}$.
1.3) Stefan'o ir Boltzmann'o konstanta, skaitinio daugiklio tikslumu, lygi
$\sigma = h^\alpha c^\beta G^\gamma k_B{}^\delta$, laipsnių rodikliai $\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta$ nustatomi dimensijų analize.
$[\sigma] = [h]^\alpha [c]^\beta [G]^\gamma [k_B]^\delta,\ \ [\sigma] = MT^{-3}K^{-4}$

$$MT^{-3}K^{-4} = (ML^2T^{-1})^\alpha (LT^{-1})^\beta (M^{-1}L^3T^{-2})^\gamma (ML^2T^{-2}K^{-1})^\delta = M^{\alpha-\gamma+\delta}L^{2\alpha+\beta+3\gamma+2\delta}T^{-\alpha-\beta-2\gamma-2\delta}K^{-\delta}.$$

Lygybė patenkinama, kai galioja tokie sąryšiai:

$$\begin{cases} \alpha-\gamma+\delta = 1 \\ 2\alpha+\beta+3\gamma+2\delta = 0 \\ -\alpha-\beta-2\gamma-2\delta = -3 \\ -\delta = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -3 \\ \beta = -2 \\ \gamma = 0 \\ \delta = 4 \end{cases} \Rightarrow \sigma = \frac{k_B{}^4}{c^2h^3}.$$

2.1) Kadangi įvykių horizonto plotas A turi būti išreikštas tik per m panaudojant klasikinę gravitacijos teoriją, jis turi būti sudarytas panaudojant c ir G ir negali turėti h. Rašome:
$A = G^\alpha c^\beta m^\gamma$
ir panaudojame dimensinę analizę

$$[A] = [G]^\alpha [c]^\beta [m]^\gamma \Rightarrow L^2 = (M^{-1}LT^{-2})^\alpha (LT^{-1})^\beta (M)^\gamma = M^{-\alpha+\gamma}L^{3\alpha+\beta}T^{-2\alpha-\beta}$$

(0.2)
Viršutinė lygtis yra teisinga, jei

$$\begin{cases} -\alpha+\gamma=0 \\ 3\alpha+\beta=2 \\ -2\alpha-\beta=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \alpha=2 \\ \beta=-4, \\ \gamma=2 \end{matrix} \quad A=\frac{m^2G^2}{c^4}.$$

2.2) iš entropijos apibrėžimo $dS = dQ/\theta$ gauname: $[S]=[E][\theta]^{-1}=ML^2T^{-2}K^{-1}$.

2.3) Iš sąryšio $\eta = SA$ gauname:

$$\begin{cases} [\eta]=[S][A]^{-1}=MT^{-2}K^{-1} \\ [\eta]=[G]^{\alpha}[h]^{\beta}[c]^{\gamma}[k_B]^{\delta}=M^{-\alpha+\beta+\delta}L^{3\alpha+2\beta+\gamma+2\delta}T^{-2\alpha-\beta-\gamma-2\delta}K^{-\delta} \end{cases}.$$

Kaip ir aukščiau, rašome:

$$\begin{cases} -\alpha+\beta+\delta=1 \\ 3\alpha+2\beta+\gamma-2\delta=0 \\ -2\alpha-\beta-\gamma-2\delta=-2 \\ \delta=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha=-1 \\ \beta=-1 \\ \gamma=3 \\ \delta=1 \end{cases} \Rightarrow \eta=\frac{c^3k_B}{Gh}.$$

3.1) Pagal pirmąjį termodinamikos dėsnį $dE = dQ + dW$. pagal prielaidą $dW = 0$. Naudodami entropijos apibrėžimą $dS = dQ/\theta$, gauname $dE = \theta dS$. Toliau imame

$$\begin{cases} S=\dfrac{Gk_B}{ch}m^2 \\ E=mc^2 \end{cases}$$

ir gauname

$$\theta_H=\frac{dE}{dS}=\left(\frac{dS}{dE}\right)^{-1}=c^2\left(\frac{dS}{dm}\right)^{-1}$$

Taigi,

$$\theta_H=\frac{1}{2}\frac{c^3h}{Gk_B}\frac{1}{m}$$

3.2) Iš Stefan’o ir Boltzmann'o dėsnio gauname spinduliavimo energijos srautą per vienetinį plotą. Kadangi $E = mc^2$, gauname:

$$\begin{cases} dE/dt=-\sigma\theta_H{}^4A \\ \sigma=k_B{}^4/c^2h^3 \\ A=m^2G^2/c^4 \\ E=mc^2 \end{cases} \Rightarrow c^2\frac{dm}{dt}=-\frac{k_B{}^4}{c^2h^3}\left(\frac{c^3h}{2Gk_B}\frac{1}{m}\right)^4\frac{m^2G^2}{c^4} \Rightarrow \frac{dm}{dt}=-\frac{1}{16}\frac{c^4h}{G^2}\frac{1}{m^2}.$$

3.3) Integruojame:

$$\int m^2dm=-\int\frac{c^4h}{16G^2}dt \Rightarrow m^3(t)-m^3(0)=-\frac{3c^4h}{16G^2}t$$

Per laiką $t=t^*$ juodoji skylė pilnai išgaruoja, t.y.,

$$m(t*)=0 \Rightarrow t*=\frac{16G^2}{3c^4h}m^3.$$

3.4) C_V išreiškia E kitimą kintant θ

$$\begin{cases} C_V=dE/d\theta \\ E=mc^2 \\ \theta=\dfrac{c^3h}{2Gk_B}\dfrac{1}{m} \end{cases} \Rightarrow C_V=-\frac{2Gk_B}{ch}m^2.$$

4.1) Stefan’o ir Boltzmann'o dėsnis duoda energijos nuostolį per juodosios skylės paviršiaus vienetinį plotą. Panašią išraišką galima parašyti juodosios skylės gaunamai energijai iš reliktinio spinduliavimo. Esant termodinaminei pusiausvyrai tie srautai yra lygūs, bendras energijos kiekis nekinta. Juodojo kūno spinduliavimą aprašo Stefan'o ir Boltzmann'o dėsnis, todėl ir energijos sugerti aprašo tokia pati išraiška

$$\begin{cases} dE/dt = -\sigma\theta_H{}^4 A + \sigma\theta_B{}^4 A \\ E = mc^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{dm}{dt} = -\frac{hc^4}{16G^2}\frac{1}{m^2} + \frac{G^2}{c^8 h^3}(k_B\theta_B)^4 m^2$$

4.2) Įrašydami $dm/dt = 0$, gauname

$$-\frac{hc^4}{16G^2}\frac{1}{m*^2} + \frac{G^2}{c^8 h^3}(k_B\theta_B)^4 m*^2 = 0 \Rightarrow m* = \frac{hc^3}{2Gk_B\theta_B}\ .$$

4.3)

$$\theta_B = \frac{hc^3}{2Gk_B m*} \Rightarrow \frac{dm}{dt} = -\frac{hc^4}{16G^2}\frac{1}{m^2}\left(1 - \frac{m^4}{m*^4}\right)\ .$$

4.4) Pagal 4.2 ir 3.1 gauname $\theta^* = \dfrac{hc^3}{2Gk_B m*} = \theta_B$

4.5) 4.3 sprendinys rodo, kad pusiausvyra nestabili:

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{hc^4}{16G^2}\frac{1}{m^2}\left(1 - \frac{m^4}{m*^4}\right) \Rightarrow \begin{cases} m > m* \Rightarrow \dfrac{dm}{dt} > 0 \\ m < m* \Rightarrow \dfrac{dm}{dt} < 0 \end{cases}$$

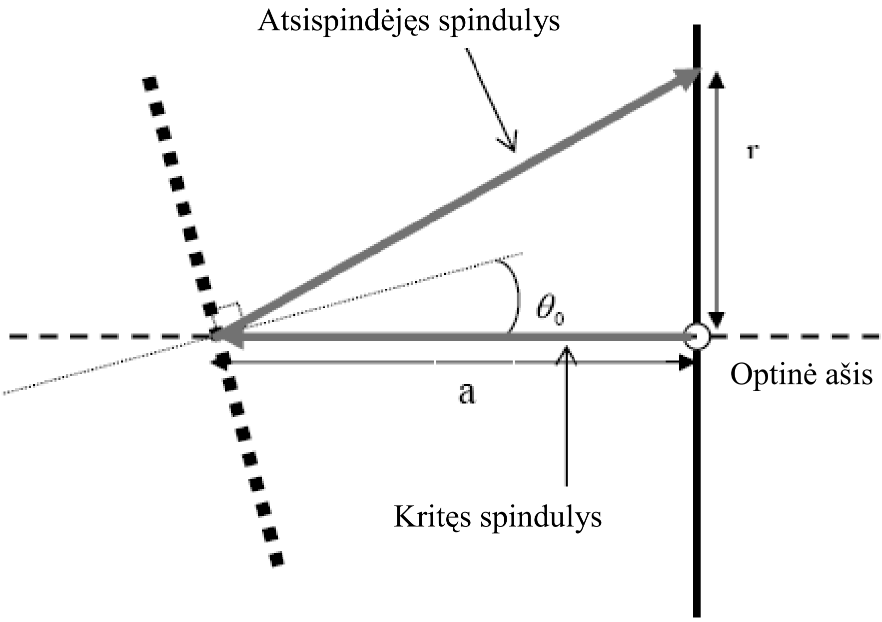
Eksperimentas

1 užduotis

1a. $\Delta\theta_{\mathrm{nominal}}$=5′=0.08°

1b. *a* yra atstumas tarp kortelės ir gardelės, o *r* yra atstumas tarp skylutės ir atsispindėjusios šviesos dėmelės. Tada gauname:

$$\mathrm{tg}(2\theta_0) = r/a,\ \text{kai}\ \theta_0 << 1,\ \theta_0 = r/2a \Rightarrow \Delta\theta_0 = \sqrt{(\Delta r/2a)^2 + (r\Delta a/2a^2)^2}\ .$$



Kadangi siekiame, kad būtų θ_0=0, *r*=0, todėl $\Delta\theta_0 = \Delta r/2a$.

$\Delta r = 1\,\mathrm{mm},\ a = (70 \pm 1)\,\mathrm{mm} \Rightarrow \Delta\theta_0 = \Delta r/2a = 0{,}007\ \mathrm{rad} = 0{,}4^\circ$.

Matomosios šviesos pirmos eilės difrakcinio spektro sritis 13°<θ<26°.

1c. $R^{(0)}_{\min} = (21{,}6 \pm 0{,}1)\,\mathrm{k\Omega},\ R^{(1)}_{\min} = (192 \pm 1)\,\mathrm{k\Omega},\ \ \Delta\varphi_0 = 5' = 0{,}08^\circ$.

1d.

1d lentelė. Išmatuoti parametrai

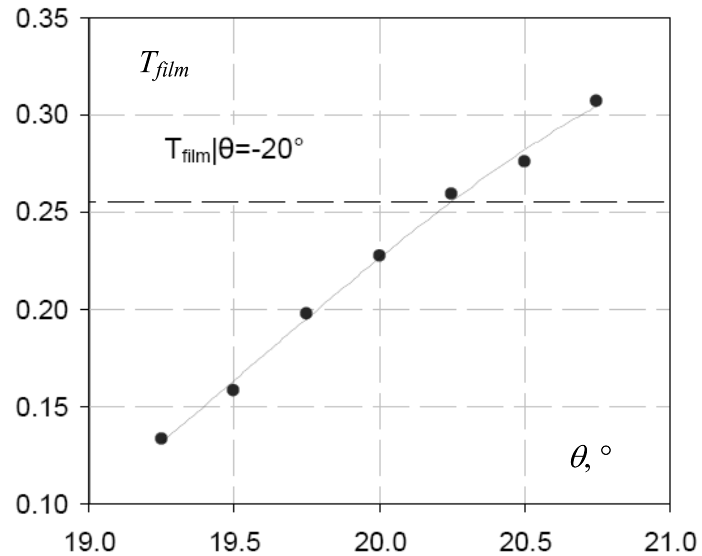
θ (laipsniai)	R_{glass}(MΩ)	ΔR_{glass}(MΩ)	R_{film}(MΩ)	ΔR_{film}(MΩ)
15.00	3.77	0.03	183	3
15.50	2.58	0.02	132	2
16.00	1.88	0.01	87	1
16.50	1.19	0.01	51.5	0.5
17.00	0.89	0.01	33.4	0.3
17.50	0.68	0.01	19.4	0.1
18.00	0.486	0.005	10.4	0.1
18.50	0.365	0.005	5.40	0.03
19.00	0.274	0.003	2.66	0.02
19.50	0.225	0.002	1.42	0.01
20.00	0.200	0.002	0.880	0.005
20.50	0.227	0.002	0.822	0.005
21.00	0.368	0.003	1.123	0.007
21.50	0.600	0.005	1.61	0.01
22.00	0.775	0.005	1.85	0.01
22.50	0.83	0.01	1.87	0.01
23.00	0.88	0.01	1.93	0.02
23.50	1.01	0.01	2.14	0.02
24.00	1.21	0.01	2.58	0.02
24.50	1.54	0.01	3.27	0.02
25.00	1.91	0.01	4.13	0.02
16.25	1.38	0.01	66.5	0.5
16.75	1.00	0.01	40.0	0.3
17.25	0.72	0.01	23.4	0.2
17.75	0.535	0.005	12.8	0.1
18.25	0.391	0.003	6.83	0.05
18.75	0.293	0.003	3.46	0.02
19.25	0.235	0.003	1.76	0.01
19.75	0.195	0.002	0.988	0.005
20.25	0.201	0.002	0.776	0.005
20.75	0.273	0.003	0.89	0.01

1e. Kai $\theta = -20°$, $\Rightarrow R_{glass} = (132 \pm 2)$ kΩ, $R_{film} = (518 \pm 5)$ kΩ

θ	T_{film}
= –20	0,255
19,25	0,134
19,50	0,158
19,75	0,197
20,00	0,227
20,25	0,259
20,50	0,276
20,75	0,307

Matome, kad $T(20{,}25°) = T(-20°)$

δ(laipsniai)=0.25±0.08



2 užduotis.

2a.

$$\lambda = d\sin(\theta - \delta/2) \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda\sqrt{(\Delta d/d)^2 + \mathrm{ctg}^2(\theta-\delta/2)(\Delta\theta^2 - \Delta\delta/4)} \approx d\cos\theta\cdot(0{,}1\pi/180).$$

Čia $\Delta\theta = \Delta\delta = 5' = 0{,}08^\circ$, d=1/600 mm, todėl $\Delta\lambda = 2{,}9\cos\theta\,(\mathrm{nm})$.

$$T_{film} = R_{glass}/R_{film} \Rightarrow \Delta T = T_{film}\sqrt{(\Delta R_{film}/R_{film})^2 + (\Delta R_{glass}/R_{glass})^2}\ ,$$

$$\Delta T = (R_{glass}/R_{film})\sqrt{(\Delta R_{film}/R_{film})^2 + (\Delta R_{glass}/R_{glass})^2}\ ,$$

2b. 13°<θ<26°, 2,6<$\Delta\lambda$< 2,8 nm

2c.

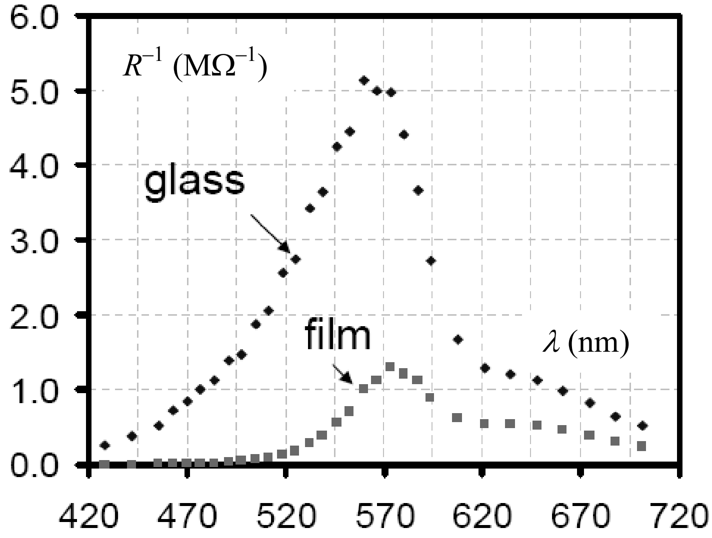
2c lentelė. Apskaičiuoti parametrai panaudojant išmatuotus parametrus

θ (laipsniai)	λ (nm)	$I_g/C(\lambda)$ ($M\Omega^{-1}$)	$I_s/C(\lambda)$ ($M\Omega^{-1}$)	T_{film}	αt
15,0	428	0,265	0,00546	0,0206	3,88
15,5	442	0,388	0,00758	0,0195	3,94
16,0	456	0,532	0,0115	0,0216	3,83
16,25	463	0,725	0,0150	0,0208	3,88
16,5	470	0,840	0,0194	0,0231	3,77
16,75	477	1,00	0,0250	0,0250	3,69
17,0	484	1,12	0,0299	0,0266	3,63
17,25	491	1,39	0,0427	0,0308	3,48
17,5	498	1,47	0,0515	0,0351	3,35
17,75	505	1,87	0,0781	0,0418	3,17
18,0	512	2,06	0,096	0,0467	3,06
18,25	518	2,56	0,146	0,0572	2,86
18,5	525	2,74	0,185	0,0676	2,69
18,75	532	3,41	0,289	0,0847	2,47
19,0	539	3,65	0,376	0,103	2,27
19,25	546	4,26	0,568	0,134	2,01
19,5	553	4,44	0,704	0,158	1,84
19,75	560	5,13	1,01	0,197	1,62
20,0	567	5,00	1,14	0,227	1,48
20,25	573	4,98	1,29	0,259	1,35
20,5	580	4,41	1,22	0,276	1,29
20,75	587	3,66	1,12	0,307	1,18
21,0	594	2,72	0,890	0,328	1,12
21,5	607	1,67	0,621	0,373	0,99
22,0	621	1,29	0,541	0,419	0,87
22,5	634	1,20	0,535	0,444	0,81
23,0	648	1,14	0,518	0,456	0,79
23,5	661	0,99	0,467	0,472	0,75
24,0	675	0,826	0,388	0,469	0,76
24,5	688	0,649	0,306	0,471	0,75
25,0	701	0,524	0,242	0,462	0,77

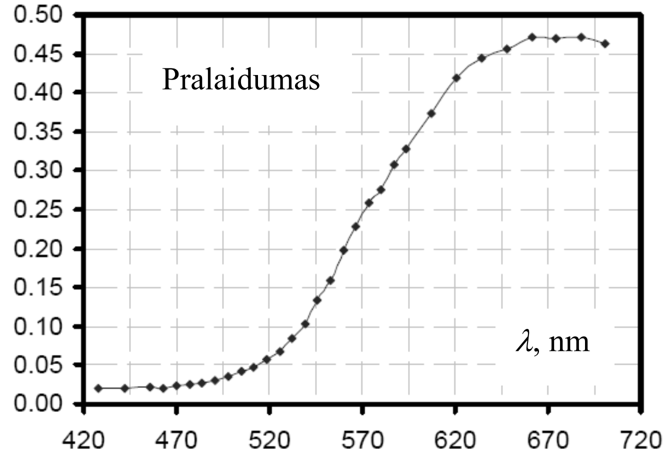
2d.

$\lambda_{\max}(I_{glass})$=564±5 (nm)

$\lambda_{\max}(I_{film})$=573±5 (nm)



2e.



3 užduotis.

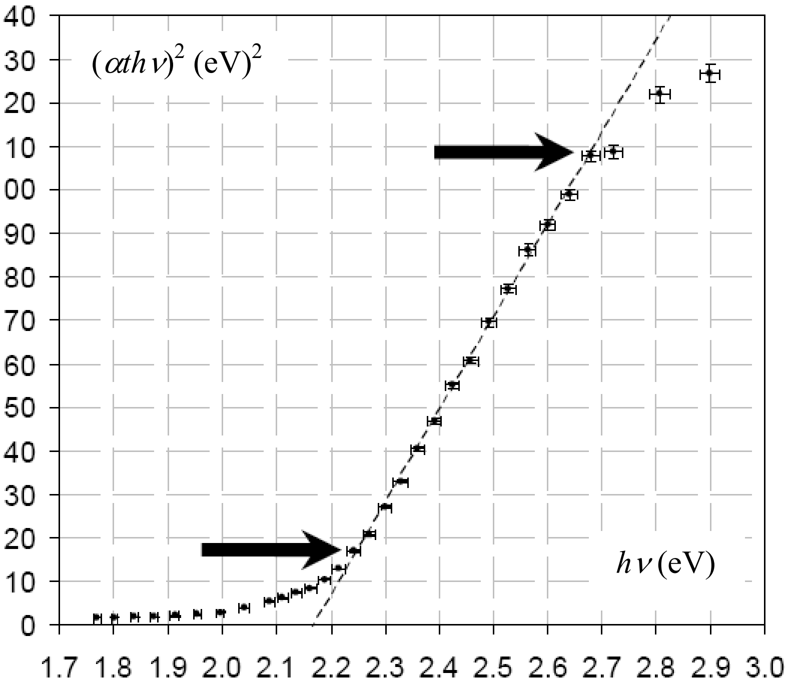
3a.

3a lentelė. Apskaičiuoti parametrai kiekvienam matavimo taškui

θ (laipsniai)	x (eV)	y (eV^2)
15.00	2.898	126.6
15.50	2.806	121.9
16.00	2.720	108.8
16.25	2.679	107.8
16.50	2.639	98.9
16.75	2.600	92.0
17.00	2.563	86.3
17.25	2.527	77.4
17.50	2.491	69.7
17.75	2.457	60.9
18.00	2.424	55.1
18.25	2.392	46.8
18.50	2.360	40.4
18.75	2.330	33.1
19.00	2.300	27.3
19.25	2.271	20.91

19.50	2.243	17.07
19.75	2.215	12.92
20.00	2.188	10.51
20.25	2.162	8.53
20.50	2.137	7.56
20.75	2.112	6.23
21.00	2.088	5.43
21.50	2.041	4.06
22.00	1.997	3.02
22.50	1.954	2.52
23.00	1.914	2.26
23.50	1.875	1.98
24.00	1.838	1.94
24.50	1.803	1.84
25.00	1.769	1.86

3b.



x_{min}=2,24 eV, x_{max}=2,68 eV

3c.

$$\alpha h\nu = A(h\nu - E_g)^{1/2} \Rightarrow (\alpha t h\nu)^2 = (At)^2(h\nu - E_g) \Rightarrow y = (At)^2(x - E_g) \Rightarrow m = (At)^2$$

$$t = \sqrt{m}/A \Rightarrow \Delta t/t = \Delta m/2m \Rightarrow \Delta t = \Delta m/(2A\sqrt{m})$$

Iš grafiko tiesinės dalies gauname m=213 (eV), r^2= 0,9986, E_g=2,17 (eV), taip pat turime A=0,071 (eV$^{1/2}$/nm), ir nustatome t= 206 (nm).

$$\Delta m = \sqrt{\frac{(\delta y)^2 + (\delta x)^2 m^2 / R^2}{\Sigma x_i^2 - N\bar{x}^2}} \approx \sqrt{\frac{(\delta y)^2 + (m\delta x)^2}{\Sigma x_i^2 - N\bar{x}^2}},\ \delta x \approx \sqrt{\Sigma \delta x_i^2 / N},\ \delta y \approx \sqrt{\Sigma \delta y_i^2 / N},$$

$$\delta x \approx 0{,}014\,(\text{eV}),\ \delta y \approx 0{,}9\,(\text{eV})^2 \Rightarrow \Delta m \approx 10\,(\text{eV}) \Rightarrow \Delta t = t \times \Delta m/(2m) \approx 5\,(\text{nm}).$$

$$\Delta E_g = \frac{1}{m}\sqrt{\frac{(\delta y)^2 + (m\delta x)^2}{N} + \left(\frac{\bar{y}}{m}\right)^2 \Delta m^2},\ \Delta E_g = 0{,}02\,(\text{eV}).$$

Eg=(2,17±0,02) (eV), t=(206±5) (nm)

Ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2009 03 31.