1-ASIS FIZIKOS TURNYRAS

Užduotis Nr. 1-5 / 2007 11 27 – 12 22
AIŠKINAMASIS SPRENDIMAS

1) Ritinį veikia vienintelė trinties jėga, kuri jį stabdo. Vadinasi, ritinys juda tolygiai lėtėjančiai. Pasinaudojame 2-uoju Niutono dėsniu slenkamajam judėjimui: $\mu mg = ma$ (čia aišku, kad $\boldsymbol{a}$ kryptis priešinga $\boldsymbol{v}_0$ krypčiai). Iš čia

$$a = \mu g$$

2) Pasinaudojame 2-uoju Niutono dėsniu sukamajam judėjimui ritiniui jo centro atžvilgiu:

$$I\beta = \mu mg$$

Čia $I = \dfrac{mR^2}{2}$ - vienalyčio ritinio inercijos momentas jo simetrijos ašies atžvilgiu, β - kampinis ritinio pagreitis. Iš čia

$$\beta = \frac{2\mu g}{R}$$

Atkreipiame dėmesį, kad ritinys sukasi tolygiai lėtėdamas, t.y. kampinis greitis mažėja.

3) Surandame laiką t, kurį ritinys juda iki visiško sustojimo: $v = v_0 - at = 0$. Pasinaudoję a išraiška iš 1-o klausimo atsakymo, gauname:

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g}$$

Kampiniam greičiui $\omega = \omega_0 - \beta t$. Mus dominančiu laiko momentu $\omega = 0$, o $\omega_0 = \omega'$. Įrašę gautą t išraišką, gauname

$$\omega' = \frac{2v_0}{R}.$$

4) Pritaikome nueito kelio formulę tolygiai lėtėjančiam judėjimui, panaudodami a it t išraiškas:

$$s = \frac{at^2}{2} = \frac{v_0^2}{2\mu g}.$$

5) Iki visiško sustojimo ritinys įveikia kampinį atstumą

$$\varphi = \frac{\beta t^2}{2} = \frac{2\mu g}{R} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{(\mu g)^2} = \frac{v_0^2}{\mu g R}.$$

Čia taip pat panaudojome jau gautas β ir t išraiškas. Vienas apsisukimas turi 2π radianų, todėl apsisukimų skaičius lygus

$$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{v_0^2}{2\pi\mu g R}.$$

6) Ritinys galiausiai sustojo, todėl šiluma virto visa pradinė jo kinetinė energija, kurią sudaro ritinio linijinio (slenkamojo) judesio kinetinė energija ir sukimosi kinetinė energija:

$$Q = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{I\omega'^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4v_0^2}{R^2} = \frac{3}{2} mv_0^2 \,.$$

7) Pagal entropijos pokyčio apibrėžimą

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{3mv_0^2}{2T} \,.$$

8) (a) Kai $\omega_0 < \omega'$, ritinys nesustos. Jis pradės riedėti nepraslysdamas (tegul laiko momentu t_1), esant tos pačios krypties ritinio linijiniam greičiui kaip ir $\boldsymbol{v}_0$. Tuo tarpu ritinio kampinis greitis mažėja iki 0, o po to keičia ženklą, t.y. ritinys pradeda suktis pagal laikrodžio rodyklę. Tuo būdu, ritinys pradeda judėti pastoviu linijiniu greičiu v_1 (nepraslystant trinties jėga lygi 0, o riedėjimo trintis labai maža), ir sukasi pagal laikrodžio rodyklę kampiniu greičiu $\omega_1 = v_1/R$. Tuo būdu, ritinio linijiniam ir kampiniam greičiams galime užrašyti:

$$v_1 = v_0 - at_1$$

$$-\omega_1 = \omega_0 - \beta t_1$$

Pasinaudoję jau gautomis a ir β išraiškomis ir eliminavę iš lygčių t_1, surandame

$$v_1 = \frac{2v_0 - \omega_0 R}{3} \,.$$

(b) Šiuo atveju ($\omega_0 > \omega'$) ritinys sustoja, bet kartu jis vis dar sukasi praslysdamas, todėl veikia ta pati tos pačios krypties trinties jėga, kuri verčia ritinį pradėti judėti atgal. Pagreičiai a ir β nesikeičia. Linijinis ritinio greitis didėja (juda priešinga pradiniam greičiui kryptimi), o kampinis sukimosi greitis ir toliau mažėja. Tam tikru laiko momentu ritinys pradeda nebepraslysti, ir toliau rieda atgal pastoviu linijiniu greičiu v_2. Tuo pačiu metu jis sukasi nepraslysdamas kampiniu greičiu $\omega_2 = v_2/R$. Tuo būdu, ritinio linijiniam ir kampiniam greičiams šiuo atveju, tarkime laiko momentu t_2, galime užrašyti:

$$-v_2 = v_0 - at_2$$

$$\omega_2 = \omega_0 - \beta t_2$$

Pasinaudoję jau gautomis a ir β išraiškomis ir eliminavę iš lygčių t_2, surandame

$$v_2 = \frac{\omega_0 R - 2v_0}{3} \,.$$

9) Šiluma virsta ta mechaninės ritinio energijos dalis, kuri lieka atėmus ritinio galutinę kinetinę energiją iš jo pradinės kinetinės energijos. Energija proporcinga greičio kvadratui, todėl abiem atvejais (tiek $\omega_0 < \omega'$, tiek $\omega_0 > \omega'$) formulė ta pati (konkretumo dėlei imkime, pvz.atvejį, kai $\omega_0 > \omega'$ ir $\omega_2 = v_2/R$):

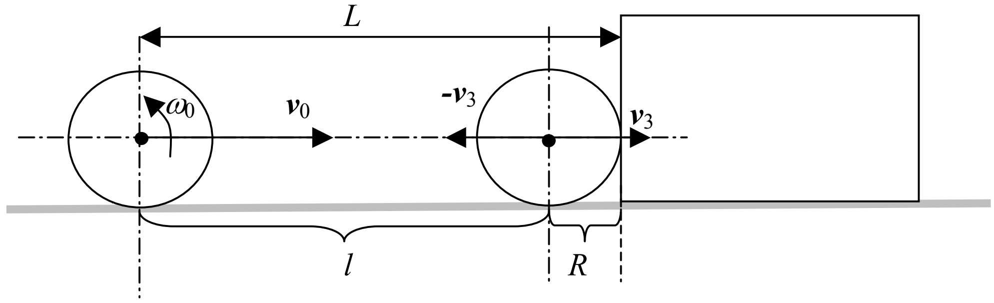
$$Q' = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{I\omega_0^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} - \frac{I\omega_2^2}{2} = \frac{m}{2}\left[v_0^2 + \frac{R^2}{2}\omega_0^2 - \frac{(\omega_0 R - 2v_0)^2}{9} - \frac{R^2}{2\cdot 9}\left(\omega_0 - \frac{2v_0}{R}\right)^2\right] =$$

$$= \frac{m}{6}(v_0^2 + \omega_0^2 R^2 + 2\omega_0 R v_0) = \frac{m(v_0 + \omega_0 R)^2}{6}.$$

Čia nesuku patikrinti atvejį, kai $\omega_0 = \omega' = \frac{2v_0}{R}$. Tuomet gautume, kad $Q = Q' = \frac{3}{2}mv_0^2$ - sutampa su 6 klausimo atsakymu.

10) Ritiniui atsitrenkiant į lygią masyvią sieną tampriai, jo judesio kiekis tampa priešingu (greitis tampa -$\boldsymbol{v}_0$), o ritinio judesio kiekio momentas jo simetrijos ašies atžvilgiu smūgio metu nepakinta (sienelė lygi, todėl tarp jos ir ritinio trinties nėra), todėl nepakinta ir ritinio kampinis greitis.

Iš karto taip pat aišku, kad turi būti tenkinama sąlyga $\omega_0 > v_0/R$, nes antraip net prie pat ritinio (atstumu $L = R$) pastačius sienelę, jam atsitrenkus ritinio greitis v_0 iš karto pradės mažėti, t.y. niekada negalės tapti didesniu už v_0.



Tegul iki susidūrimo su sienele nuo ritinio paleidimo momento praeina laikas t_3. Po atsitrenkimo ritinys savo linijinį greitį didins tuo atveju, jei ritinys dar suksis praslysdamas. Tuomet jis greitės (judėdamas į priešingą pradinio greičio $\boldsymbol{v}_0$ pusę), o pagal sąlygos reikalavimą ritinio greitis (greičio modulis) turi tapti didesnis už v_0. Tegul turime ribinį atvejį, kuomet šis greitis v_0. Pasiekęs šį greitį (tegul per laiką t_4 po atsitrenkimo į sienelę), ritinys nebegreitėja, t.y. baigiasi jo praslydimas, ir ritinys juda šiuo pastoviu greičiu ir tuo pat metu rieda, t.y. sukasi kampiniu greičiu $\omega_4 = v_0/R$. Jei prieš pat susidūrimą su sienele (ir iš karto po smūgio) ritinio linijinis greitis v_3, galime užrašyti tokias ritinio greičių išraiškas:

$v_3 = v_0 - at_3$,

$v_4 = v_0 = v_3 + at_4$.

Iš šių lygčių gauname, kad $t_3 = t_4$.

Kampiniam ritinio greičiui po paleidimo praėjus laikui $t_3 + t_4$

$\omega_4 = \omega_0 - \beta(t_3 + t_4)$. Bet $\omega_4 = v_0/R$ ir $t_3 = t_4$, todėl (vėlgi imdami anksčiau rastą β išraišką) gauname

$$t_3 = \frac{\omega_0 R - v_0}{4\mu g}.$$

Tuomet (žiūr. brėž.)

$$l = v_0 t_3 - \frac{a t_3^2}{2} = v_0 \frac{\omega_0 R - v_0}{4\mu g} - \frac{(\omega_0 R - v_0)^2}{32\mu g} = \frac{10 v_0 \omega_0 R - 9 v_0^2 - \omega_0^2 R^2}{32\mu g}.$$

Taigi, galiausiai gauname, kad

$$L < l + R = \frac{10 v_0 \omega_0 R - 9 v_0^2 - \omega_0^2 R^2}{32\mu g} + R.$$

Kai kampinis greitis pasiekia vertę $\omega'' = \frac{2v_0}{R}$, nuotolis tampa $l = \frac{v_0^2}{2\mu g}$, kuriam ir be sienelės ritinys rieda atgal greičiu v_0. Taigi, jei kampinis greitis didesnis už ω'', ir be jokios sienelės ritinys riedės atgal didesniu už v_0 greičiu.

Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt skelbiamas nuo 2008 01 25.