

2-ASIS FIZIKOS TURNYRAS
Užduotis Nr. FT2-8 / 2008 12 08 – 2009 01 04

Užduoties sąlyga / FT2-8 ▼

Antrasis – naujametinis – šūvis ta pačia senovine patranka ant lafeto

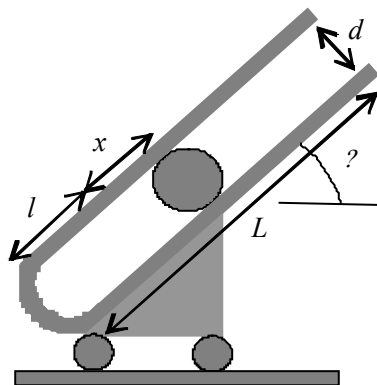
Artėjant Naujiesiems 2009-iesiems, prieš iššaudami antrą kartą, šįkart Lietuvos Tūkstantmečio naujametinį fejerverką, priminsime pirmojo šūvio sąlygą iš ankstesnės Fizikos turnyro užduoties Nr. FT2-7.

Senovinė patranka – tai metalinis storasienis vamzdis lygiomis sienelėmis, kurio ilgis $L=1,5$ m, o vidinis skersmuo $d=10$ cm. Patranka įtvirtinta ant lafeto (iš vok. *Lafette* – pabūklo važiuoklė), galinčio riedėti standžiu horizontaliu pagrindu. Lafeto su patranka masė 300 kg. Patranka užtaisoma įberiant $m=0,5$ kg parako, kurio grūdelių tankis $\rho=1500$ kg/m³ ir įdedant $M=4$ kg masės **naujametinio Lietuvos Tūkstantmečio fejerverko (!)** sviedinį, sandariai uždarančią vamzdį. Po sviediniu lieka $l=15$ cm ilgio vamzdžio dalis – degimo kamera, kurioje prieš uždegant paraką slėgis yra lygus išoriniam slėgiui $p=100$ kPa, o pradinė temperatūra $t=15$ °C. Sviediniui slenkant vamzdžiu jį veikia pastovi trinties jėga $f=200$ N. Padegtas parakas tolygiai sudega per laiką $\tau=0,001$ s, išskirdamas degimo šilumą $q=4$ MJ/kg ir virsdamas daugiaatomių dujų mišiniu, kurio vidutinė molinė masė $\mu=0,04$ kg/mol. Prieš šūvį patranka nukreipiama kampu $\alpha=50^\circ$ į horizontą.

Laikome, kad šūvio metu dujos neperduoda šilumos patrankai ir sviediniui.

Parakui baigiant degti, sviedinio nueitas kelias x aprašomas apytiksle formule $x = a + b(\tau' - \tau) + c(\tau' - \tau)^2$, čia $a=0,3$ m, $b=300$ m/s, $c=92000$ m/s², τ' – laikas.

- 1) Koks didžiausias slėgis ir kokia temperatūra susidaro patrankos vamzdyje šaunant?
- 2) Kokių greičių sviedinys išlekia iš vamzdžio?



Užduotį parengė 2-ojo Fizikos turnyro užduočių parengimo, jų pateikimo spręsti ir atlikimo vertinimo komisijos pirmininkas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2009 01 19.

Užduoties aiškinamasis sprendimas / FT2-8 ▼

1) Didžiausias slėgis ir aukščiausia temperatūra patrankos vamzdyje susidaro sudegus visam parakui. Iš kelio formulės gauname $v = x' = b + 2c(\tau' - \tau)$, $a = x'' = 2c$. Kai $\tau' = \tau$ gauname $x=0,30$ m, $v=3,0 \cdot 10^2$ m/s, $a=1,84 \cdot 10^5$ m/s².

Sviediniui pagreitį suteikia dujų slėgis p' , todėl iš antrojo Niutono dėsnio gauname

$$Ma = (p' - p)S - f - Mg \sin \alpha, \quad p' = p + [f + M(a + g \sin \alpha)] / S,$$

čia S – patrankos vamzdžio skerspjūvio plotas, $S = \pi d^2 / 4$.

Apskaičiavę gauname $p' = 9,7 \cdot 10^7$ Pa. Reikia pastebėti, kad kelio formulėje parametrai pateikti dviejų ženklų tikslumu, todėl skaičiuojant slėgį reikšmingas tik narys Ma/S . Temperatūrą gauname iš dujų būvio lygties:

$$p'V' = \left(\frac{m}{\mu} + \frac{m_0}{\mu_0}\right)RT, \quad \text{čia } V' = (l + x)S.$$

Skaičiuojant temperatūrą oro masė nereikšminga. Gauname:

$$T = \frac{\mu p' V'}{mR}, \quad T = 3200 \text{ K.}$$

2) Parakui sudegus dujos patrankos vamzdyje plečiasi adiabatiskai. Jų atliktas darbas A virsta sviedinio ir dujų kinetine energija bei naudojama pasipriešinimui nugalėti sviediniui judant. Patrankos įgyta energija dėl atatrakos yra nereikšminga. Neatsižvelgdami į esantį vamzdyje orą, gauname:

$$A = \frac{(M + m/4)(v'^2 - v^2)}{2} + (f + Mg \sin \alpha + pS)(L - l - x).$$

Į parako dujų potencinės energijos pokytį neatsižvelgiame. Panaudodami adiabatės lygtį $p_x V_x^\gamma = \text{const.}$, čia $\gamma = 1,33$ ir imdami pradinį momentu $\text{const.} = p' V'^\gamma$, apskaičiuojame integralą

$$A = \frac{p' V'^\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{V'^{\gamma-1}} - \frac{1}{V''^{\gamma-1}} \right).$$

Imdami $V' = (l + x)S$, $V'' = LS$ išreiškiame ieškomąjį greitį:

$$v' = \sqrt{\frac{2}{(M + m/4)} \left[\frac{p' V'^\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{V'^{\gamma-1}} - \frac{1}{V''^{\gamma-1}} \right) - (f + Mg \sin \alpha + pS)(L - l - x) \right] + v^2}.$$

Antrasis narys laužtiniuose skliausteliuose yra mažas ir gali būti atmestas. Gauname: $v' = 526$ m/s.

Užduoties aiškinamąjį sprendimą pateikė užduoties autorius prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2009 01 19.

Turnyro dalyvių sprendimų aptarimas / FT2-8 ▼

Dauguma sprendusių užduotį nepastebėjo, kad sudegus parakui vyksta adiabatinis procesas. Kelio formulę, tinkamą „baigiant degti parakui“ naudojo ir parakui sudegus, iki sviediniui išlekiant iš vamzdžio. Taip pat reikia pastebėti, kad niekas neatsižvelgė į sąlygoje pateiktą nuorodą „apytikslė formulė“: parametrai formulėje pateikti dviejų ženklų tikslumu, todėl ir rezultatas negali būti tikslesnis, o tai leidžia skaičiuoti apytiksliai, supaprastinant skaičiavimą.

Užduoties sprendimo aptarimą parengė užduoties autorius ir jos sprendimų vertintojas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2009 01 19.

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelė / FT2-8 ▼

Nr.	Sprendimų vertinimo kriterijus	Vertė balais
1.	Nustatytas sviedinio pagreitis baigiant degti parakui $a = x'$ ir jo vertė kai $\tau' = \tau$.	1
2.	Pagal antrąjį Niutono dėsnį iš sviedinio pagreičio nustatytas dujų slėgis.	2
3.	Iš dujų būvio lygties nustatyta temperatūra.	2
4.	Įvertintas dujų darbas adiabatiškai plečiantis	2
5.	Įvertinta sviedinio energija	1
6.	Rastas sviedinio greitis	2
7.	Neatsižvelgta į duomenų pateikimo tikslumą	-1
8.	Pateikimas ne pagal reikalavimus	-1
9.	Kiti netikslumai (po -0,5 kiekvienam kriterijui nuo 1 iki 6-jo)	-0,5
Maksimalus sprendimo įvertinimas		10

Sprendimų vertinimo kriterijų ir jų verčių lentelę parengė užduoties autorius ir jos sprendimų vertintojas prof. habil. dr. Antanas Rimvidas Bandzaitis.

▲ Šis tekstas svetainėje www.olimpas.lt nuolat skelbiamas nuo 2009 01 19.