XLII LIETUVOS JAUNŲJŲ FIZIKŲ OLIMPIADA

XI klasė

II ratas

1. **Kosminis laivas per laiką t_1 laisvai krinta tiesia linija vertikalia kryptimi į tam tikrą planetą. Po to įjungiami reaktyvieji varikliai, kurie stabdo laivą per laiką t_2 ir suteikia jam pastovųjį pagreitį a_1. Vėliau varikliai išjungiami, bet tuo momentu pradeda veikti parašiutų sistema, kuri per laiką t_3 stabdo kosminį laivą vidutiniu pagreičiu $a_2<a_1$. Stabdymo pabaigos momentu laivas be smūgio atsiremia į planetos paviršių. Raketoje įtaisyta vertikali spyruoklė, prie kurios pakabintas m masės kūnas. Spyruoklės svyravimų nepaisome. Laisvojo kritimo pagreitis planetos paviršiuje $g = a_1$. Nubrėžkite spyruoklės įtempimo jėgos T priklausomybės nuo laiko grafiką.**

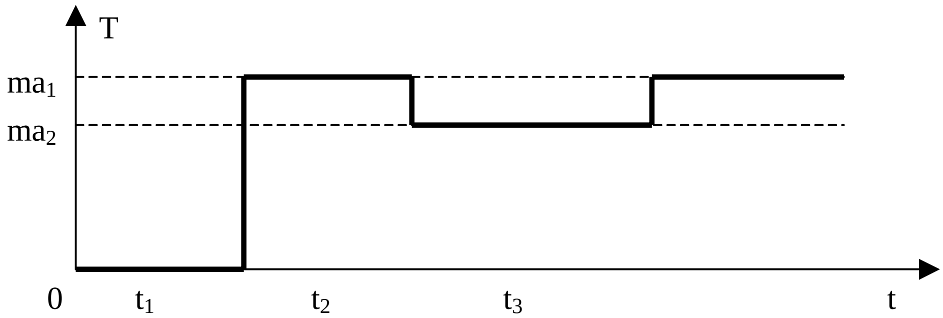
<u>**Sprendimas**</u>

Pažymėkime laisvojo kritimo pagreitį a, stabdymo pagreitį a_s. Per laiką t_2 pagreitis $a_s = a_1$, o per laiką t_3 – $a_s = a_2$. Tuomet

$$m(a-a_s)=\gamma\frac{mM}{r^2}-T; \qquad a=\frac{\gamma M}{r^2}.$$

Čia M – planetos masė, r – atstumas iki jos centro, T – jėga, kuria spyruoklė veikia kūną.
Iš parašytų lygybių išplaukia, kad $T = ma_s$. Vadinasi, per laiką

$$t_1 \quad T=0,$$
$$t_2 \quad T=ma,$$
$$t_3 \quad T=ma_2<ma_1.$$



Atsirėmus į planetos paviršių, mg – T = 0, todėl T = mg = ma_1.

2. **Meteoritas, kurio temperatūra -100 ^{0}C, įlėkė į Žemės atmosferą, joje dėl trinties įkaito ir išgaravo. Tegul meteoritinės medžiagos lydymosi temperatūra 1500 ^{0}C, virimo temperatūra 30000 ^{0}C, savitoji kietos būsenos šiluma 600J/kg· K, savitoji skystosios būsenos šiluma 1400 J/kg· K, lydymosi šiluma 140000 J/kg ir garavimo šiluma 210000 J/kg. 90% susidariusios šilumos išsisklaido į aplinką. Koks buvo meteorito greitis, jam įlekiant į atmosferą?**

<u>**Sprendimas**</u>

Pažymėkime m meteorito masę, atitinkamas savitąsias šilumas c_1=600J/kgK, c_2=1400J/kgK, c_l=140.000J/kg, c_g=210.000J/kg, atitinkamus temperatūrų pokyčius Δt_1=1500 – (-100) = 1600K, Δt_2 = 3000 – 1500 = 1500K ir η = 10% = 0,1. Tada:

$$\eta\frac{mv^2}{2}=mc_1\Delta t_1+mc_2\Delta t_2+mc_l+mc_g.$$

Ieškomasis greitis:

$$v=\sqrt{\frac{2}{\eta}(c_1\Delta t_1+c_2\Delta t_2+c_l+c_g)}.$$

Apskaičiavus v = 8,26 km/s.

3. Dvitomės idealiosios dujos, kurių temperatūra T, paveikiamos lazerio spinduliais. Visa spinduliuotės energija eikvojama tik molekulėms suskaldyti į atomus (disociacijai). Suskyla n – oji molekulių dalis. Kokia bus dujų temperatūra po to poveikio?

Sprendimas

Pagal uždavinio sąlygą lazerio spinduliai nepakeis suminės kinetinės dalelių energijos. Kadangi dalelių padaugės, tai tą pačią energiją pasidalins didesnis jų skaičius.

Prieš spindulių poveikį kinetinė dalelių (molekulių) energija:

$$U = (5/2)NkT. \tag{1}$$

Čia N – molekulių skaičius.

Po poveikio liks $N_1 = N - nN = (1-n)N$

Dvitomių molekulių, ir atsiras $N_2 = 2nN$

Atomų. Tada kinetinė visų dalelių (molekulių ir atomų) energija:

$$U_1 = \frac{5}{2}(1-n)NkT_1 + \frac{3}{2}2nNkT_1. \tag{2}$$

Tačiau pagal sąlygą $U = U_1.$ (3)

Tuomet iš (1), (2) ir (3) ieškoma temperatūra:

$$T_1 = T\frac{5}{5+n} < T.$$

4. Jūs žinote įvairius laukus – gravitacijos, elektrinį, magnetinį. 1) Kokiame iš tų laukų, kai jie nuolatiniai ir vienalyčiai, kuriame nors taške greičiu v_0 paleista dalelė, judėdama kreiva linija, gali vėl patekti į tą patį tašką? 2) Po kiek laiko? 3) Kokia turi būti greičio v_0 kryptis? Dalelė turi masę m ir elektros krūvį q.

Sprendimas

1) Magnetiniame lauke.

2) Šiame lauke dalelė gali judėti spirale arba apskritimu. Į tą patį tašką gali grįžti tik judanti apskritimu dalelė. Tada:

$$qv_0B = \frac{mv_0^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv_0}{qB}.$$

Čia q – dalelės krūvis, m – jos masė, B – magnetinė indukcija, r – apskritimo, kuriuo juda dalelė, spindulys.

Dalelė į tą patį tašką grįš po laiko $T = \dfrac{2\pi r}{v_0} = \dfrac{2\pi m}{qB}.$

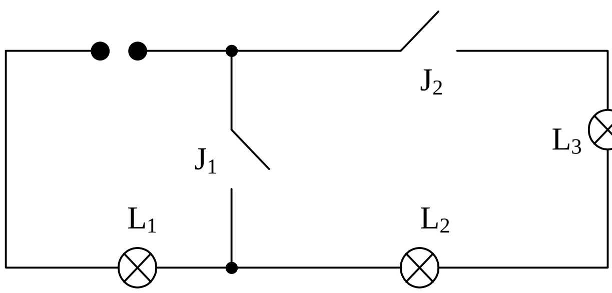
3) Kad dalelė magnetiniame lauke judėtų apskritimu, jos greičio ir magnetinės indukcijos kryptys turi būti statmenos, t.y.

$$\vec{v}_0 \perp \vec{B}.$$

5. Jungiant į tinklą 3 lempų šviestuvą su 2 jungtukais, buvo padaryta klaida. Įjungus vieną jungtuką, visos 3 lempos švietė silpnai. Įjungus kitą jungtuką, normaliai švietė tik viena lempa (kitos dvi nešvietė). Pastarasis efektas buvo ir įjungus abu jungtukus. Išjungus abu jungtukus, visos 3 lempos nešvietė. Nubraižykite galimą šviestuvo jungimo schemą ir paaiškinkite jos veikimą.

Sprendimas

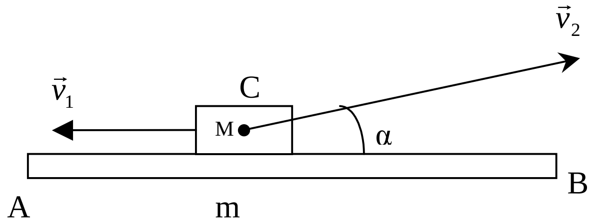
Galima tokia schema:



Įjungus jungtuką J_2, visos 3 lempos švies silpnai, nes jos bus sujungtos nuosekliai.

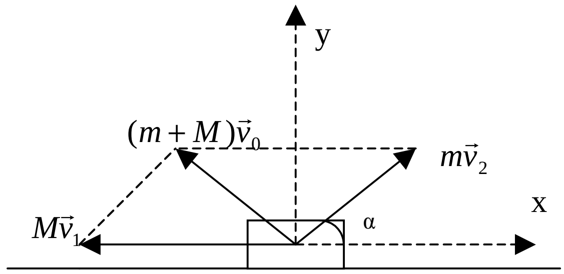
Įjungus jungtuką J_1, lempa L_1 švies normaliai, o per kitas dvi lempas srovė netekės, ir jos nešvies.

Įjungus abu jungtukus, lempa L_1 taip pat švies normaliai, o per kitas dvi lempas srovė netekės, ir jos nešvies.



6. **Horizontalia plokštuma AB greičiu $v_1 = 10\sqrt{3} m/s$ šliaužia masės M = 600 g tašelis. Jo centre C įstringa iš apačios greičiu v_2 = 1200 m/s kampu α = 30^0 su horizontu lėkusi masės m = 10 g kulka, kaip parodyta paveiksle. Plokštumą AB kulka praeina laisvai. Į kokį aukštį pakils tašelis ir kokiame taške jis nukris?**

<u>Sprendimas</u>



Tašelio pradinį greitį po smūgio pažymėkime v_0.
Tada $\quad (m+M)\vec{v}_0 = M\vec{v}_1 + m\vec{v}_2.$

Suprojektavę greičių vektorius į x ir y ašis ir apskaičiavę jų projekcijas, gauname

$$\begin{cases} (m+M)v_{0x} = -Mv_1 + mv_2\cos\alpha = 0; \\ (m+M)v_{0y} = mv_2\sin\alpha = 6\left(\dfrac{kg\cdot m}{s}\right). \end{cases}$$

Vadinasi, tašelis pašoks vertikaliai aukštyn pradiniu greičiu $v_0 = v_{0y}$=9,8m/s. Pakilimo aukštį h rasime iš lygybės:

$$\frac{(m+M)v_{0y}^2}{2} = (m+M)gh.$$

(Kadangi kulka įstringa tašelio centre, tai tašelis kildamas nesisuka).

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} \approx 4{,}9m.$$

Tašelis nukris į tą patį tašką, iš kurio pakilo.

7. **Vandenyje h = 35 cm gylyje yra r = 0,1 mm spindulio oro ir sočiųjų vandens garų burbuliukas. Atmosferos slėgis p_0 = 750 mm Hg. Koks yra oro slėgis burbuliuke, jeigu sočiųjų vandens garų slėgis toje temperatūroje p_g = 18,65 mm Hg? Hg tankis ρ_{Hg}=13,6· 10^3 kg/m^3, vandens paviršiaus įtempimo koeficientas σ = 73 mN/m.**

<u>Sprendimas</u>

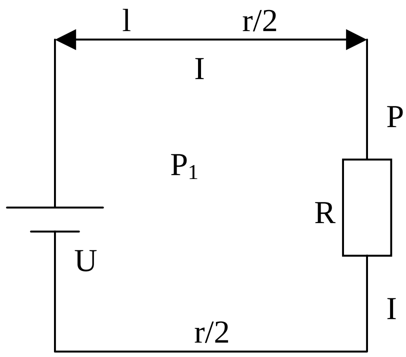
Ieškomą slėgį pažymėkime p_x, vandens tankį ρ. Tada: $p_x + p_g = \rho gh + \dfrac{2\sigma}{r} + p_0.$

Iš čia $\qquad p_x \approx 768\, mm\, Hg.$

Remdamiesi šiuo Hg tankiu, galime patys gauti, kad $1Pa = 7{,}50\cdot 10^{-3}\, mm\, Hg$.

8. **Iš baterijos, kurios įtampa U = 80 V, elektros energija vartotojui perduodama variniais 1,0 mm skersmens laidais. Vartotojas naudoja P = 100W galią. Kokie galios nuostoliai tenka vienam perdavimo linijos metrui, jei bendri galios nuostoliai yra 10% vartotojo galios? Savitoji vario varža ρ = 1,7· 10^{-8}Ω· m.**

<u>Sprendimas</u>



Pažymėkime linijos ilgį, linijos ir vartotojo varžas atitinkamai l, r ir R, o bendrus galios nuostolius P_1. Tada

$$P_1 = I^2 r = \left(\frac{U}{r+R}\right)^2 r,$$

$$P = I^2 R = \left(\frac{U}{r+R}\right)^2 R,$$

$$P_1 = \frac{P}{10}.$$

Iš čia seka, kad

$$R = 10r.$$

Tada

$$r = \frac{10U^2}{121P}.$$

Antra vertus

$$r = \frac{2\rho l \cdot 4}{\pi d^2}.$$

Čia d = 1mm = 10^{-3}m.
Gauname

$$l = \frac{5\pi U^2 d^2}{4 \cdot 121 \cdot \rho P}.$$

Ieškomi nuostoliai vienam perdavimo linijos metrui

$$\frac{P_1}{l} = \frac{P}{10l} = \frac{242 \cdot \rho P^2}{25 \cdot \pi U^2 d^2}.$$

Įrašę skaitines dydžių vertes, apskaičiuojame

$$\frac{P_1}{l} = 8{,}2 \cdot 10^{-2}\,\frac{W}{m}.$$

9. Visatoje aptikta rutulio formos planeta, kurios masė ir spindulys r. Planetą supa vienodo tankio idealiųjų dujų atmosferos, kurios molio masė μ, o storis h<<r. Kokia atmosferos temperatūra tos planetos paviršiuje?

Sprendimas

Dujų būsenos lygtį $pV = \frac{M}{\mu}RT$ parašome atmosferos tūrio vienetui arti planetos paviršiaus:

$$p = \frac{\rho}{\mu}RT,$$ kur ρ – atmosferos tankis.

$$p = \rho g h.$$

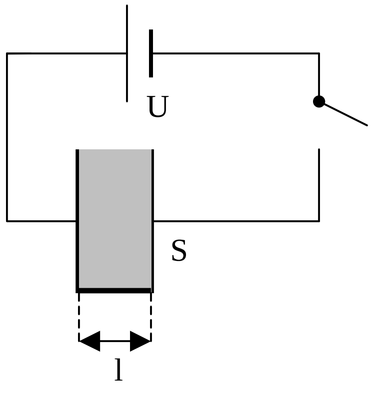
Iš mechanikos žinome, kad

$$g = \gamma \frac{m}{r^2}.$$

Iš šių lygčių nesunku apskaičiuoti ieškomąją temperatūrą

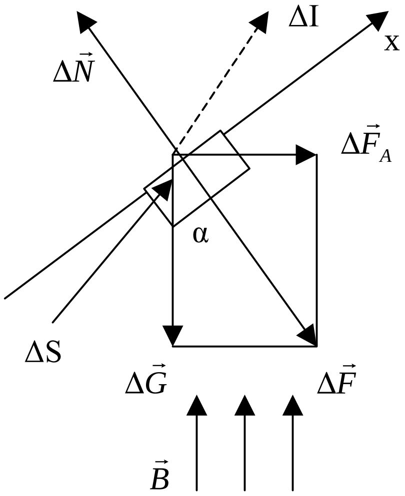
$$T = \frac{\gamma \mu m h}{r^2 R}.$$

10. Stačiakampis plonasienis indas pripiltas gyvsidabrio. Indo sienelės laidžios, jų savitoji varža lygi gyvsidabrio savitajai varžai ρ. Dugnas nelaidus. Prie dviejų priešingų sienelių prijungiama įtampa U. Tų sienelių plotas S, o atstumas tarp jų l. Gyvsidabrio tankis γ. Indas yra vienalyčiame magnetiniame lauke (indukcija B), kuris yra statmenas indo dugnui. Kokį kampą α su horizontu sudarys gyvsidabrio paviršius?



Sprendimas

Srovė gyvsidabriu teka iš kairės į dešinę. Pagal kairės rankos taisyklę tą srovę (t.y. gyvsidabrį, kuriuo teka srovė) veikia Ampero jėga, nukreipta į mus. Šis uždavinys panašus į uždavinį, kai nagrinėjamas su pagreičiu judantis skysčio pripiltas indas.



Nubrėžkime brėžinį kitoje plokštumoje. Čia ΔF_A – Ampero jėga, veikianti prie gyvsidabrio paviršiaus esantį jo elementą, kurio ilgis l, o skerspjūvis ΔS.

$$\Delta F_A = \Delta IBl;$$

$$\Delta I = \frac{U}{\Delta R};$$

$$\Delta R = \rho\frac{l}{\Delta S};$$

$$\Delta I = \frac{U\Delta S}{\rho l};$$

$$\Delta F_A = \frac{U\Delta SB}{\rho}.$$

Tą patį gyvsidabrio elementą veikia sunkio jėga

$$\Delta G = \Delta mg = \gamma gl\Delta S.$$

Jėgų $\Delta\vec{F}_A$, $\Delta\vec{G}$ atstojamoji $\Delta\vec{F}_A + \Delta\vec{G} = \Delta\vec{F}$ turi būti statmena į gyvsidabrio paviršių (t.y. į x ašį). Iš tikrųjų jėgą ΔF_A turi kompensuoti kaimyninių gyvsidabrio dalių atstojamoji reakcijos jėga ΔN. Jeigu pastaroji nebus statmena į gyvsidabrio paviršių, tai juo tekės skysčio srovės. Todėl projekcija

$$\Delta F_x = \Delta F_A\cos\alpha - \Delta G\sin\alpha = 0;$$

$$tg\alpha = \frac{\Delta F_A}{\Delta G} = \frac{UB}{\rho\gamma gl};$$

$$\alpha = arctg\frac{UB}{\rho\gamma gl}.$$

Eksperimentas

11. Nustatykite vidinę srovės šaltinio varžą r. Priemonės: voltmetras (R_v>r), žinomoji varžą R_0, jungiamieji laidai, srovės šaltinis, jungtukas.

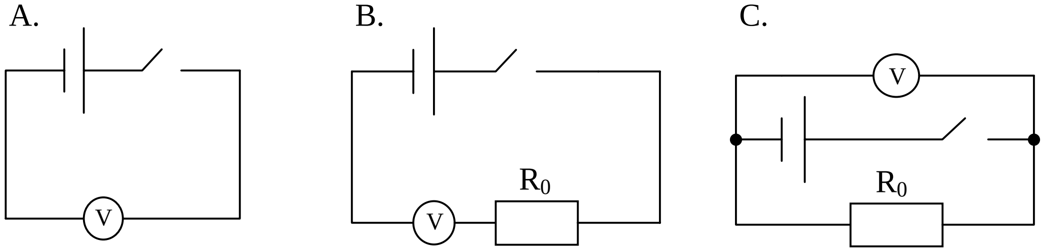
<u>**Sprendimas**</u>

31.

Voltmetras, prijungtas prie šaltinio schemoje A (žr. pav.) pavaizduotu būdu, rodo įtampą

$$U_1 = \frac{\varepsilon R_V}{R_v + r}. \qquad (1)$$

Čia ε – EVJ šaltinis, R_v – voltmetro varža, r – vidinė šaltinio varža.



Voltmetras schemoje B rodo įtampą

$$U_2 = \frac{\varepsilon R_v}{R_0 + R_v + r}, \qquad (2)$$

o schemoje C:

$$U_3 = \frac{\varepsilon R_0 R_v}{R_0 R_v + rR_0 + rR_v}. \qquad (3)$$

Iš (1), (2) ir (3) išraiškų vidinę šaltinio varžą randame tokiu būdu. Užrašome (1) ir (2) lygčių santykį:

$$\frac{U_1}{U_2} \equiv a = 1 + \frac{R_0}{R_v + r}, \qquad (4)$$

O taip pat (1) ir (3):

$$\frac{U_1}{U_3} \equiv b = 1 + \frac{rR_v}{R_0 R_v + R_o r}. \qquad (5)$$

Dabar iš (4) ir (5) r ieškome standartiniu būdu:

$$R_v = \frac{R_0}{a-1} - r,$$

$$r^2 - \frac{R_0}{a-1} r + \frac{b-1}{a-1} R_0^2 = 0,$$

$$r_{1,2} = \frac{R_0}{2(a-1)}(1 \pm \sqrt{1-4(a-1)(b-1)})$$

$$r_1 + r_2 = \frac{R_0}{a-1}.$$

Vadinasi,

$$\begin{cases} r = r_1 \Rightarrow R_v = r_2; \\ r = r_2 \Rightarrow R_v = r_1. \end{cases}$$

Šie du skirtingi atvejai atitiks skirtingus EVJ dydžius. Iš (1) gauname:

$$\varepsilon_1 = U_1\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right),$$

$$\varepsilon_2 = U_2\left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right).$$

Kadangi panaudotas standartinis srovės šaltinis (r<R), tai tinka antrasis variantas, t.y. $\varepsilon \approx \varepsilon_2 < \varepsilon_1$. Taigi

$$r = \frac{R_0}{2(a-1)}(1 - \sqrt{1-4(a-1)(b-1)}).$$

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 04 22.