Lietuvos moksleivių 51-osios fizikos olimpiados
9 klasės užduotys

1. Nuo pastoviu greičiu judančio traukinio atkabinamas paskutinis vagonas. Traukinys toliau juda tuo pačiu greičiu. Vagono pagreitis pastovus. 1. Palyginkite kelius, kuriuos nuvažiavo traukinys ir vagonas: a) kol vagonas sustojo; b) kol vagono greitis sumažėjo iki $\frac{3}{4}v_0$. 2. Koks bus traukinio ir vagono kelių santykis, jeigu atkabinto vagono pagreičio modulis bus 2 kartus didesnis? 3. Palyginkite traukinio ir vagono nuvažiuotus kelius, kol vagonas sustojo, jei vagono atkabinimo momentu traukinys pradėjo greitėti tokio pat modulio kaip vagonas pastoviu pagreičiu.

Sprendimas

1. a) Tegul traukinio greitis v_0, vagono judėjimo laikas t. Tada traukinys per laiką t nuvažiuos kelią

$$s_t = v_0 t.$$

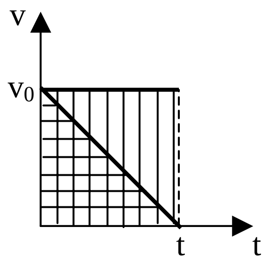
Vagono vidutinis greitis per tą laiką

$$v_{vid} = \frac{v_0 + 0}{2} = \frac{v_0}{2},$$

todėl vagono nuvažiuotas kelias

$$s_v = v_{vid} t = \frac{v_0 t}{2}.$$

Iš čia $\boxed{\frac{s_t}{s_v} = 2}$



Vadinasi, traukinys nuvažiuos dvigubai ilgesnį kelią negu vagonas.
Šis atsakymas tampa dar akivaizdesnis, nubraižius traukinio ir vagono greičio priklausomybės nuo laiko grafiką ir prisiminus, kad nueitas kelias skaitine verte lygus grafiko ribojamam geometrinės figūros plotui.

1. b) Vagono greitis sumažėjo iki $\frac{3}{4}v_0$ per laiką t_1. Traukinys nuvažiuos kelią $s_{t_1} = v_0 t_1$.

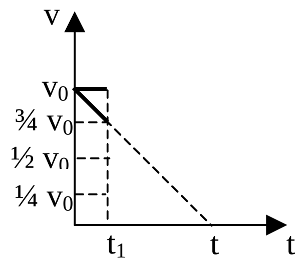
Vagono vidutinis greitis per tą laiką

$$v_{vid_1} = \frac{v_0 + \frac{3}{4}v_0}{2} = \frac{7}{8}v_0;$$

vagono nuvažiuotas kelias

$$s_{v_1} = v_{vid_1} t_1 = \frac{7}{8} v_0 t_1.$$

Iš čia $\boxed{\frac{s_{t_1}}{s_{v_1}} = \frac{8}{7}}$



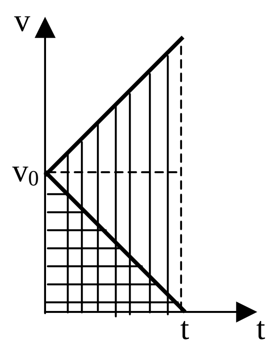
Tą patį atsakymą gauname iš traukinio ir vagono greičio priklausomybės nuo laiko grafiko.

2. Kadangi kelių santykis nepriklauso nuo a, tai ir padidėjus pagreičiui traukinio ir vagono nuvažiuotų kelių santykis išliks tas pats, t.y. traukinys nuvažiuos dvigubai ilgesnį kelią.

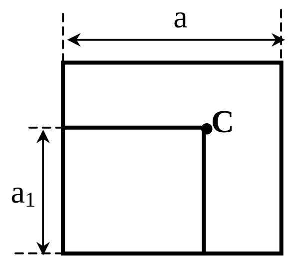
$$\boxed{\frac{s_t}{s_v} = 2}$$

3. Traukiniui greitėjant jo greitis didėja. Braižome traukinio ir vagono greičio priklausomybės nuo laiko grafiką, kai traukinys greitėja.
Kadangi traukinio ir vagono pagreičiai vienodi, tai tiesių polinkiai vienodi. Iš brėžinio matyti, kad

$$\boxed{\frac{s_t}{s_v} = 3}$$

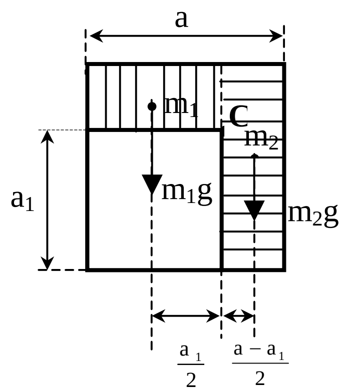


2. Iš vienalytės kvadratinės plokštelės, kurios kraštinės ilgis a, išpjaunama kvadratinė dalis kaip parodyta paveiksle. Koks turi būti išpjauto kvadrato kraštinės ilgis a_1, kad likusios figūros masės centras būtų taške C?



Sprendimas

Suskaidykime likusią figūrą į dvi dalis, kaip parodyta paveiksle.
Vienos dalies masė m_1, kitos – m_2.



Užrašome momentų taisyklę taško C atžvilgiu.

$$m_1g\frac{a_1}{2} = m_2g\frac{a-a_1}{2}.$$

Iš čia

$$a_1 = \frac{m_2a}{(m_1+m_2)}.$$

Kadangi $\quad m_1 = \rho V_1 = \rho h a_1(a - a_1),$

$$m_2 = \rho V_2 = \rho h a(a - a_1),$$

čia h – plokštelės storis, tai

$$\frac{m_2}{m_1+m_2} = \frac{\rho h a(a-a_1)}{\rho h(a-a_1)(a_1+a)} = \frac{a}{a+a_1}.$$

Todėl

$$a_1 = \frac{a^2}{a+a_1},$$

$$a_1^2 + a_1a - a^2 = 0.$$

Sprendžiame kvadratinę lygtį:

$$a_1 = \frac{-a \pm \sqrt{a^2+4a^2}}{2} = \frac{-a \pm a\sqrt{5}}{2} = \frac{a(-1\pm\sqrt{5})}{2}.$$

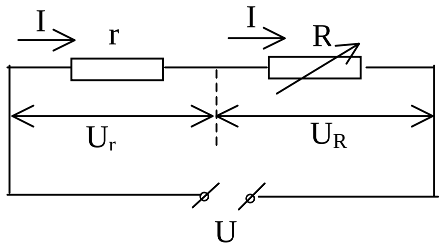
Šaknis su minusu neturi fizikinės prasmės, todėl

$$\boxed{a_1 = \frac{(\sqrt{5}-1)a}{2}}$$

3. Į 12 V įtampos nuolatinės srovės grandinę įjungtas r = 12 Ω varžos rezistorius. Nuosekliai jam prijungtas kintamos varžos rezistorius R. Kintant rezistoriaus varžai R nuo 0 iki 100 Ω, nubraižykite išsiskiriančios jame galios priklausomybės nuo tekančios srovės stiprio grafiką. Kokia turi būti rezistoriaus R varža, kad jame išsiskirianti galia būtų didžiausia?

<u>Sprendimas</u>

$P = f(I)$	$U = 12$ V
$R(P_{max})$	$r = 12\ \Omega$



Galia, išsiskirianti kintamos varžos rezistoriuje lygi

$$P = IU_R. \qquad (1)$$

$$U = U_R + U_r\ ,$$

čia $U_R = IR$, $U_r = Ir$.

Tada $U_R = U - Ir$. (2)

(2) įrašę į (1) gauname

$$\boxed{P = IU - I^2 r} \qquad (3)$$

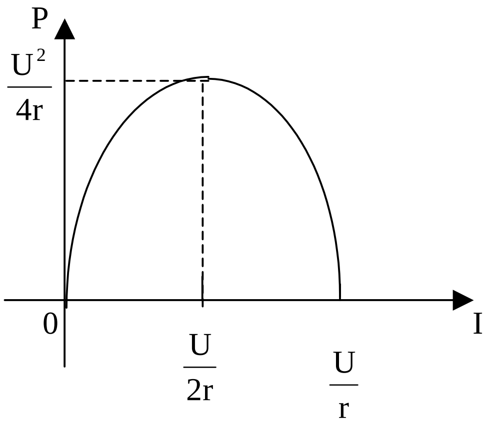
Tai parabolės, kurios šakos nukreiptos žemyn, lygtis.
Parabolė kirs abscisių ašį, t.y.

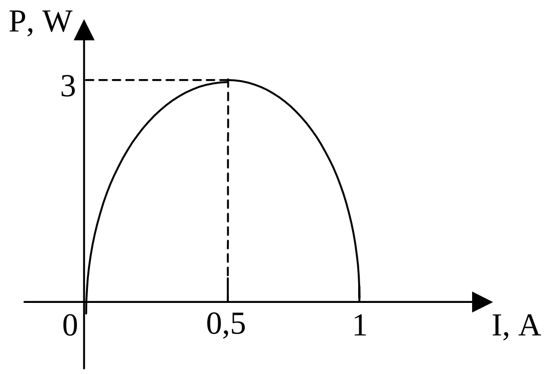
$P = 0$, kai $I_1 = 0$ ir $I_2 = \dfrac{U}{r}$; $I_2 = 1$ A .

Parabolės viršūnės koordinatės:

$I' = \dfrac{U}{2r}$, $I' = 0{,}5$ A; $P_{max} = \dfrac{U^2}{4r}$, $P_{max} = 3$ W.

Braižome rezistoriuje R išsiskiriančios galios priklausomybės nuo tekančios srovės stiprio I grafiką.





Rezistoriuje R išsiskirs didžiausia galia, kai $I' = \dfrac{U}{2r}$, t.y.

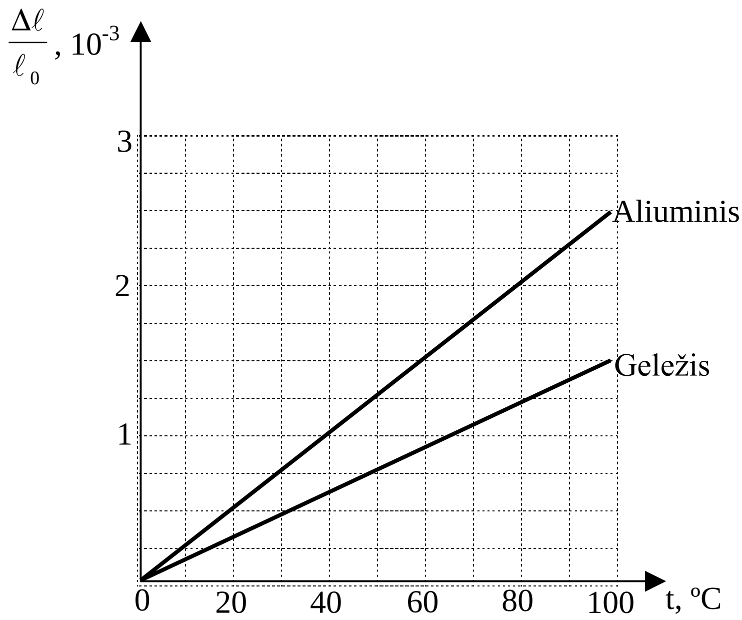
$$P_{max} = I'U_R = I'^2 R = \frac{U^2}{4r^2} R. \qquad (4)$$

Iš grafiko didžiausia galia $P_{max} = \dfrac{U^2}{4r}$. (5)

Sulyginę (4) ir (5) lygybes, gauname: $\boxed{R = r}$ $R = 12\ \Omega$.

4. 0ºC temperatūros aliumininis ir geležinis strypai yra vienodo ilgio. Kaitinant strypus jų santykinio pailgėjimo* priklausomybės nuo temperatūros grafikas pavaizduotas paveiksle. Naudodamiesi grafikais

1) **nustatykite aliumininio ir geležinio strypų ilgių santykį 50 ºC ir 100 ºC temperatūroje;**
2) **išveskite (gaukite) strypų ilgių priklausomybės nuo temperatūros lygtis.**



**santykinis pailgėjimas lygus* $\frac{\Delta\ell}{\ell_0}$,

čia ℓ_0 *- pradinis strypo ilgis,* $\Delta\ell$ *- strypo pailgėjimas temperatūrai pakitus dydžiu* Δt.

Sprendimas

1. Iš grafiko matyti, kad kylant temperatūrai strypo ilgis didėja tiesiškai. Todėl

$$\ell_1 = \ell_0 + \Delta\ell_1,$$
$$\ell_2 = \ell_0 + \Delta\ell_2;$$

čia ℓ_1 , ℓ_2 - atitinkamai aliumininio ir geležinio strypų ilgiai ieškomoje temperatūroje. Iš čia

$$\boxed{\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{(1+\frac{\Delta\ell_1}{\ell_0})}{(1+\frac{\Delta\ell_2}{\ell_0})}}$$

Iš grafiko įrašę santykinių pailgėjimų vertes 50 ºC ir 100 ºC temperatūroje, gauname:

50 ºC temperatūroje $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{1+1{,}25\cdot10^{-3}}{1+0{,}75\cdot10^{-3}}$ = 1,00050;

100 ºC temperatūroje $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{1+2{,}5\cdot10^{-3}}{1+1{,}5\cdot10^{-3}}$ = 1,0010.

2. Kadangi santykinio pailgėjimo priklausomybė nuo temperatūros tiesinė, tai galime užrašyti tiesės lygtį:

$$\frac{\Delta\ell}{\ell_0} = \alpha\cdot t,$$

α - koeficientas (vadinamas ilgėjimo koeficientu) nusakantis tiesės polinkį.

Iš grafiko nustatome ilgėjimo koeficientus:

aliumininiam strypui $\alpha_1 = 2{,}5\cdot10^{-5}$ ºC $^{-1}$,

geležiniam strypui $\alpha_2 = 1{,}5\cdot10^{-5}$ ºC $^{-1}$.

Žinodami, kad $\Delta\ell = \ell - \ell_0$ gauname

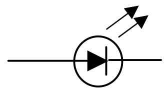
$$\boxed{\ell_1 = \ell_0\left(1+2{,}5\cdot10^{-5}\,t\right)} \qquad \boxed{\ell_2 = \ell_0\left(1+1{,}5\cdot10^{-5}\,t\right)}$$

Eksperimentinė užduotis

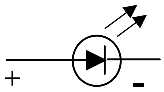
REZISTORIAUS VARŽOS NUSTATYMAS

Tikslas: nustatyti nežinomą rezistoriaus varžą.
Priemonės: žinomos varžos rezistorius R, nežinomos varžos rezistorius, varžinė viela, milimetrinė juostelė, srovės šaltinis, sumontuoti du šviesos diodai*, jungiklis, jungiamieji laidai.

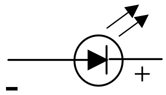
* Elektros grandinės schemose šviesos diodas žymimas:



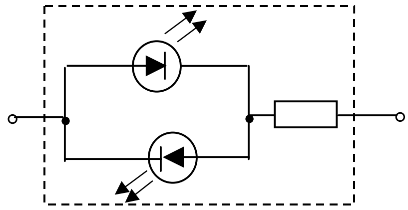
Jis pasižymi tuo, kad esant vienokiam įtampos poliškumui, šviesos diodas praleidžia elektros srovę, esant priešingam poliškumui – srovės nepraleidžia:



srovė šviesos diodu teka (diodas šviečia);



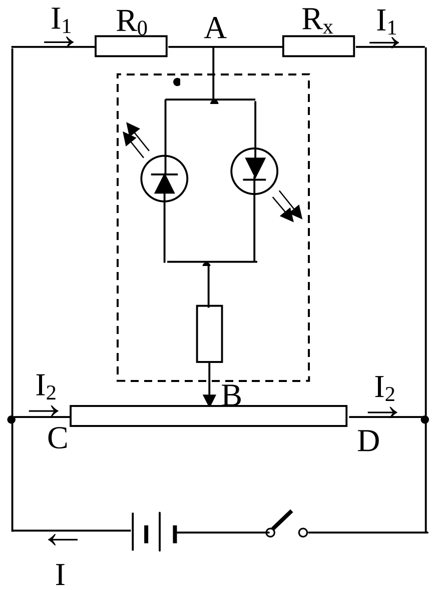
srovė šviesos diodu neteka (diodas nešviečia).



Sumontuotų šviesos diodų elektrinė schema pavaizduota paveiksle.

Atkreipkite dėmesį!
Šviesos diodas pradeda šviesti esant tam tikrai įtampai U, kai juo teka srovė I.
Mūsų atveju $U = 1{,}4\text{V}$, $I = 10\,\mu\text{A}$.

Sprendimas



Sujungiame grandinę kaip parodyta paveiksle:
CD - ℓ ilgio varžinė viela.
Šviesos diodus vienu galu prijungiame rezistorių R_0 ir R_x sujungimo vietoje (taškas A). Prie kito galo prijungtu laidu, liesdami varžinę vielą, randame tašką B, kuriame abu diodai nešviečia. Tada grandinės dalimi AB srovė neteka, o įtampa $U_{AB} = 0$. Galime parašyti

$$U_{R_0} = U_{CB}, \qquad \text{bei} \qquad U_{R_x} = U_{BD}.$$

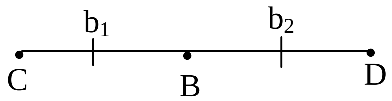
Arba $\dfrac{I_1 R_0}{I_2 R_{CB}} = \dfrac{I_1 R_x}{I_2 R_{BD}}$.

Iš čia $R_x = R_0 \dfrac{R_{BD}}{R_{CB}}$. (1)

Kadangi laidininko varža proporcinga jo ilgiui ($R \sim \ell$), tai (1) galime perrašyti

$$\boxed{R_x = R_0 \frac{\ell_{BD}}{\ell_{CB}}}$$

Eksperimentiškai reikia rasti tašką B, kurio įtampa taško A atžvilgiu būtų lygi 0. Liečiant vielą taške C šviečia vienas diodas, taške D – kitas. Tolstant nuo šių taškų diodai šviečia silpniau, kol užgęsta (taškai b_1, b_2). Pažymime tuos taškus.



Taškų b_1 ir b_2 įtampa taško A atžvilgiu lygi $\pm 1{,}4\text{V}$. Akivaizdu, kad taškas B bus atkarpos $b_1 b_2$ viduryje. Milimetrine juostele išmatuojame atstumą

$$\ell_{CB} = Cb_1 + \frac{bb_1}{2} \qquad \text{bei}$$

$$\ell_{BD} = Db_2 + \frac{bb_1}{2}.$$

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2004 04 20.