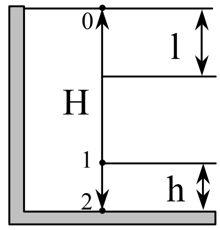
53-ioji Lietuvos moksleivių fizikos olimpiada

XI klasė

Teorinės užduotys

1. Filmavimo metu, kaskadininkas krenta iš H = 50 m aukščio prisirišęs gumine timpa, kurios ilgis ir tamprumas parinkti taip, kad prie žemės kaskadininko greitis pasidaro lygus nuliui. Nuslopus svyravimams, kaskadininkas lieka kyboti h = 10 m aukštyje nuo žemės paviršiaus. Koks maksimalus kaskadininko kritimo greitis v ir neištemptos virvės ilgis l? Oro pasipriešinimo nepaisyti.

Sprendimas



Virvės tamprumas - k, kaskadininko masė - m.
Maksimalus kaskadininko greitis bus aukštyje h – pusiausvyros padėtyje. Čia sunkio jėga atsveria virvės tamprumo jėgą: $mg = k(H-h-l)$ (1)
Aukščiau to taško $mg > F_{tamp}$, o žemiau $mg < F_{tamp}$ - ten judėjimas sulėtėja.
Energijos tvermės dėsnis taškuose 0 ir 1:

$$mgH = mgh + \frac{k(H-h-l)^2}{2} + \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

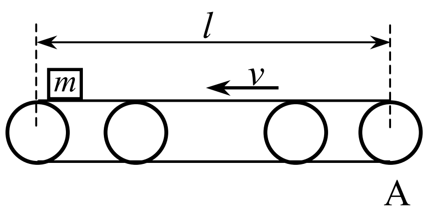
Energijos tvermės dėsnis taškuose 0 ir 2:

$$mgH = \frac{k(H-l)^2}{2}$$

(3).
Padalijame (3) lygtį iš (1):
$l = \sqrt{H^2 - 2Hh}$;
$l \approx 38{,}38$ m. Iš (1) išreiškiame k:
$k = \frac{mg}{(H-h-l)}$. Įstatę į (2) lygybę gauname:

$$v = \sqrt{g(H - h + \sqrt{H^2 - 2Hh})} \approx 28 \text{ m/s}.$$

2. Ant transporterio juostos guli m masės kaladėlė. Kokiu greičiu v_0 žemės atžvilgiu reikia pastumti kaladėlę priešinga transporterio judėjimo kryptimi, kad dėl kaladėlės trinties į transporterio paviršių išsiskyrusi šiluma būtų maksimali? Transporterio ilgis l, judėjimo greitis v. Kam lygi maksimali išsiskyrusi šiluma, jei trinties koeficientas μ ir galioja sąlyga $v < \sqrt{2\mu lg}$?



Sprendimas

Išsiskyrusi šiluma Q bus lygi: $Q = \mu mgs$.
Didžiausia šiluma tada, kai slydimo kelias s bus maksimalus. Iš pradžių kaladėlė slys tol, kol nepraras visos savo kinetinės energijos $mv_0^2/2$. Ji neturi nuslysti toliau taško A, t.y. nuotolį l. Praradusi suteiktą energiją kaladėlė dar turės įgreitėti iki transporterio judėjimo greičio, t.y., iki greičio v. Todėl kaladėlė slys, kol pradės judėti transporterio juostos greičiu.
Rasime nuotolį s_1, kurį nuslys kaladėlė dėl pradinio suteikto greičio v_0. Kad kaladėlė sustotų ties tašku A žemės atžvilgiu, pradinis greitis v_0 žemės atžvilgiu, kurį reikia suteikti kaladėlei, randamas iš sąlygų:
$-v_0 + at = 0$, $\quad l = v_0t - at^2/2$,
kur $a = \mu g$ yra pagreitis, kurį suteikia kaladėlei trinties jėgos. Tada **Ats.:** $v_0 = \sqrt{2\mu lg}$.

Kaladėlės judėjimo trukmė iki A $\quad t = \sqrt{2l/(\mu g)}$

Iki sustojimo kaladėlė nuslys atstumą:
$s_1 = l + vt = l + v\sqrt{2l/(\mu g)}$

Nuo šios akimirkos kaladėlė dar slysta tolygiai lėtėdama į dešinę laiką τ, t.y. tol, kol išpildoma sąlyga: $\quad \tau = v/a = v/\mu g$
Per šį laiką kaladėlė nuslysta atstumą
$s_2 = a\tau^2/2 = v^2/(2\mu g)$.
Sąlyga $v < \sqrt{2\mu lg}$ reiškia, kad juosta juda ne per greitai, ir kaladėlė suspės sustoti ant juostos paviršiaus, t.y. $s < l$. Tuomet visas kaladėles judėjimo kelias iki sustojimo ant transporterio juostos bus lygus:

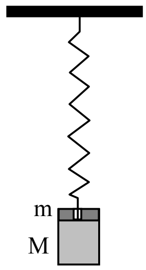
$$s = s_1 + s_2 = l + v\sqrt{2l/(\mu g)} + v^2/(2\mu g) = \left(v + \sqrt{2l\mu g}\right)^2/(2\mu g)$$

Išsiskyręs šilumos kiekis lygus:

Ats.: $Q = \mu mgs = m\left(v + \sqrt{2\mu gl}\right)^2/2$

Arba: $\frac{m(v+v_0)^2}{2} = Q$

3. Masės *M* kūnas laisvai kabo ant spyruoklės. Prilaikant kūną *M* taip, kad jis nejudėtų, ant jo uždedamas *m* masės svarelis. Po to abu kūnai paleidžiami laisvai svyruoti. Raskite maksimalią jėgą, kuria kūnas M veikia svarelį m.



Sprendimas

Užrašome antrą Niutono dėsnį svareliui *m*. Norint rasti jėgą *N*, kuria kūnas *M* veikia svarelį *m*:

$$ma = mg - N \qquad (1)$$

Paleidus *M*, abu kūnai *M* ir *m* pradeda harmoniškai svyruoti kartu kaip vienos masės (*M*+*m*) kūnas. Jėga $N = m(g - a)$ bus maksimali, kai pagreičio *a* modulis maksimalus ir nukreiptas aukštyn, t.y. kai spyruoklė bus maksimaliai ištempta. Ieškodami pagreičio, užrašome antrą Niutono dėsnį kūnui (*M*+*m*):

$$(M + m)a = (M + m)g - kx \qquad (2)$$

Užrašome energijos tvermės dėsnį, norėdami rasti maksimalią x reikšmę (maksimalų spyruoklės ištempimą, kai krovinio greitis nulis):

$$-(M + m)gx_0 + \frac{k}{2}x_0^2 = -(M + m)gx_{max} + \frac{k}{2}x_{max}^2$$

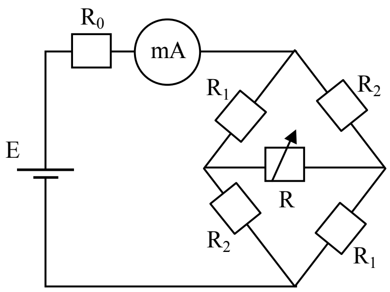
(3)

x_0 - spyruoklės pailgėjimas, kai yra tik masės *M* kūnas. Žinodami, kad $kx_0 = Mg$ iš (3) lygties gauname $kx_{max} = (M + 2m)g$. Įstatę šią išraišką į (2), randame maksimalią pagreičio vertę:

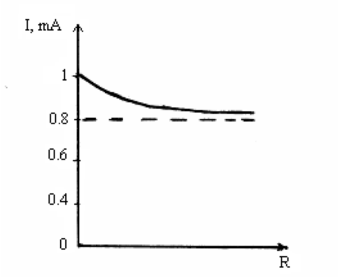
$|a_{max}| = \left| -\frac{m}{m+M}g \right| = \frac{m}{m+M}g$. Žinodami maksimalų pagreitį, randame maksimalią jėgą:

$$N_{max} = \frac{M + 2m}{m + M}mg \ .$$

4. Didinant grandinėje pavaizduotos (1 pav.) kintamos varžos *R* reikšmei, miliampermetro rodomas srovės stipris keičiasi kaip parodyta grafike (2 pav). Apskaičiuokite varžų R_1 ir R_2 dydį, jei baterijos įtampa *E* = 2 V, o varža R_0 = 1 kΩ.



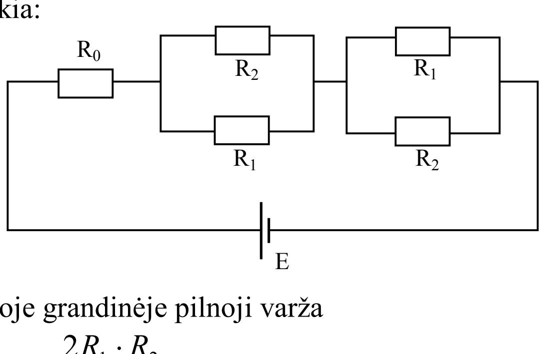
1 pav.



2 pav.

Sprendimas

Kai $R = 0$, $I = I_0$ =1 mA, ekvivalentinė grandinė yra tokia:



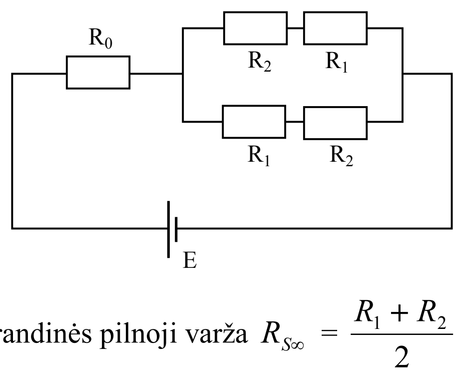
Šioje grandinėje pilnoji varža

$$R_{S0} = \frac{2R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_0 \,;$$

o srovė grandinėje

$$I = \frac{E}{R_{S0}} = \frac{E(R_1 + R_2)}{2R_1 \cdot R_2 + R_0(R_1 + R_2)} = I_0 \quad (1)$$

Kai $R >> R_1, R_2, R_0$; $I = I_\infty$ = 0,8 mA, ekvivalentinė grandinė yra tokia:turim grandinę



Šios grandinės pilnoji varža $R_{S\infty} = \frac{R_1 + R_2}{2} + R_0$

Ir srovė grandinėje $I = \frac{E}{R_{S\infty}} = \frac{2E}{R_1 + R_2 + 2R_0} \quad (2)$

Pertvarkę (1) ir (2) lygybes, gausime:

$$R_1 \cdot R_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{E}{I_0} - R_0\right)\left(R_1 + R_2\right)$$

$$R_1 + R_2 = \frac{2E}{I_\infty} - 2R_0$$

Arba $$R_1 \cdot R_2 = \left(\frac{E}{I_0} - R_0\right)\left(\frac{E}{I_\infty} - R_0\right)$$

Norėdami rasti R_1 ir R_2 sprendžiame sistemą:

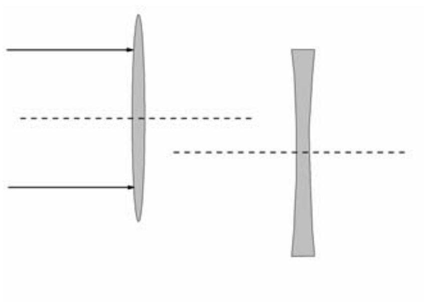
$$\begin{cases} R_1 + R_2 = A \\ R_1 \cdot R_2 = B \end{cases} \qquad A = \frac{2E}{I_\infty} - 2R_0 \qquad B = \left(\frac{E}{I_0} - R_0\right)\left(\frac{E}{I_\infty} - R_0\right)$$

$$R_{1,2} = \frac{1}{2}\left(A \pm \sqrt{A^2 - 4B}\right)$$

Kadangi A = $3\cdot 10^3$ Ω, B = $1{,}5\cdot 10^6$ A, tai

Ats.: $R_1 \approx$ 2,366 kΩ $R_2 \approx$ 0,634 kΩ

5. Glaudžiantysis ir sklaidantysis lęšiai, kurių židinio nuotoliai atitinkamai 15 cm ir 10 cm, stovi taip, kad jų pagrindinės optinės ašys eina lygiagrečiai, 1 cm atstumu viena nuo kitos. Į glaudžiantįjį lęšį, išilgai jo pagrindinės optinės ašies krenta lygiagrečių spindulių pluoštas. Koks bus atstumas nuo sklaidančiojo lęšio ir jo optinės ašies iki šios dviejų lęšių optinės sistemos židinio, kai atstumas tarp lęšių 25 cm ir kai atstumas tarp lęšių 10cm? Koks turi būti atstumas tarp lęšių, kad už optinės sitemos vėl turėtume lygiagrečių spindulių pluoštą?



Sprendimas

Sprendimas:

Praęję per glaudžiantįjį lęšį spinduliai susirinks šio lęšio židinyje, kuris yra $f = l - F_1$ atstumu nuo sklaidančiojo lęšio ir 1cm virš sklaidančiojo lęšio pagrindinės optinės ašies. Čia l atstumas tarp lęšių, o F_1 = 15 cm galudžiamojo lęšio židinio nuotolis. Glaudžiamojo lęšio židinio taško atvaizdas, gautas sklaidančiuoju lęšiu, ir bus abiejų lęšių optinės sistemos židinys. Iš lęšio lygties $1/F = 1/f + 1/d$ randame, kad atvaizdas ir kartu sistemos židinys yra $d = \dfrac{F_2\left(l - F_1\right)}{l - F_1 - F_2}$ atstumu už sklaidančiojo lęšio, čia F_2 = -10 cm sklaidančiojo lęšio židinio nuotolis.

Kai atstumas tarp lęšių $l = 25cm$, sistemos židinys yra $d = \dfrac{-10cm\left(25cm - 15cm\right)}{25cm - 15cm - (-10cm)} = -5cm$ prieš sklaidantįjį lęšį ir $h_2 = h_1\dfrac{d}{f}$ = 0,5 cm virš sklaidančiojo lęšio pagrindinės optinės ašies. Čia h_1 atstumas tarp abiejų lęšių optinių ašių.

Kai atstumas tarp lęšių l = 10 cm, sistemos židinys yra $d = \dfrac{-10\left(10 - 15\right)}{10 - 15 - (-10)} = 10cm$ už sklaidantčiojo lęšio ir $h_2 = h_1\dfrac{d}{f} = 1cm\dfrac{10cm}{5cm} = 2cm$ virš sklaidančiojo lęšio pagrindinės optinės ašies.

Už abiejų lęšių vėl turėsime lygiagrečių spindulių pluoštelį, kai optinės sistemos židinys bus be galo toli. Todėl iš sąlygos $1/d = 0$ ir ankščiau gautos formulės atstumui iki atvaizdo, gauname, kad $l - F_1 - F_2 = 0$, ir atstumas tarp lęšių, kai vėl turime lygiagrečių spindulių pluoštą, $l = F_1 + F_2 = 15cm + (-10cm) = 5cm$.

Pastaba:ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 05 20.