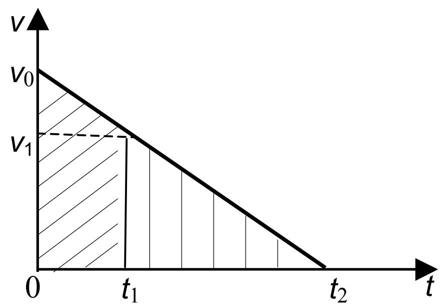
56-oji Lietuvos moksleivių fizikos olimpiada
9 klasės užduotys

1. Automobilis tolygiai lėtėdamas pusę stabdymo kelio nuvažiavo per laiką t_1 = 4 s. Per kiek laiko nuo stabdymo pradžios automobilis sustojo?

Sprendimas

Nubraižykime greičio priklausomybės nuo laiko grafiką:



Tegul pradinis automobilio greitis v_0, greitis pusiaukelėje v_1, visas judėjimo laikas t_2. Žinome, kad kreivės $v = v(t)$ apribotas plotas savo skaitine verte lygus nueitam keliui. Kadangi automobilis per laiką t_1 nuvažiavo pusę kelio, tai pažymėti plotai lygūs:

$$\frac{v_0 + v_1}{2} t_1 = \frac{v_1(t_2 - t_1)}{2}. \quad (1)$$

Iš grafiko matyti, kad

$$v_0 = at_2, \quad (2)$$

$$v_1 = a(t_2 - t_1). \quad (3)$$

(2) ir (3) lygtis įrašę į (1), gauname:

$$t_2^2 - 4t_2 t_1 + 2t_1^2 = 0.$$

Išsprendę kvadratinę lygtį, gauname:

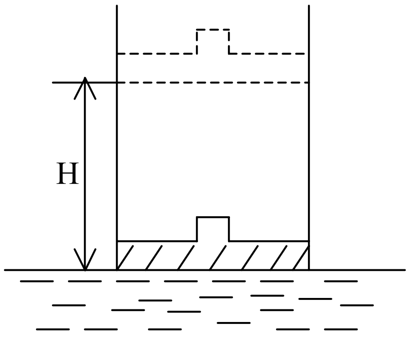
$$t_2 = (2 \pm \sqrt{2})t_1.$$

Šaknis su „–“ netinka, nes tokiu atveju $t_2 < t_1$.

Todėl

$t_2 = (2 + \sqrt{2})\, t_1$. $\underline{t_2 = 13{,}6 \text{ s.}}$

2. Dar senovėje šulinių kasėjai žinojo, kad vandens siurbliu negalima išsiurbti vandens iš labai gilių šulinių. Šį reiškinį paaiškino G. Galilėjus. Tokį vandens siurblį sudaro cilindras ir jame slankiojantis S = 10 cm^2 skerspjūvio ploto stūmoklis (1 pav.). Traukiant vandenį cilindras pastatomas vertikaliai, o stūmoklis liečia vandens paviršių. Stūmoklis lėtai traukiamas į viršų.
1) Iš kokio didžiausio gylio *h* šulinio kasėjai dar galėjo ištraukti vandenį?
2) Kokį darbą reikia atlikti, norint stūmoklį pakelti į H = 20 m aukštį?
Atmosferos slėgis $p_0 = 10^5$ Pa. Vandens tankis $\rho_0 = 10^3$ kg/m^3. Stūmoklio masės ir trinties nepaisykite.



1 pav.

Sprendimas

1) Vanduo paskui stūmoklį kils tol, kol vandens stulpo hidrostatinis slėgis susilygins su atmosferos slėgiu:

$$\rho_0 g h = p_0.$$

Iš čia $h = \dfrac{p_0}{\rho_0 g}$. $\underline{h = 10 \text{ m.}}$

Toliau keliant stūmoklį vanduo nebekils. Darbas bus atliekamas tik prieš atmosferos slėgį.

2) Darbas, pakeliant stūmoklį į aukštį *h*:

$$A_1 = \frac{1}{2} mgh = \frac{1}{2}\rho_0 g S h^2.$$

Darbas atliekamas pakeliant stūmoklį virš aukščio *h* atstumu (*H-h*):

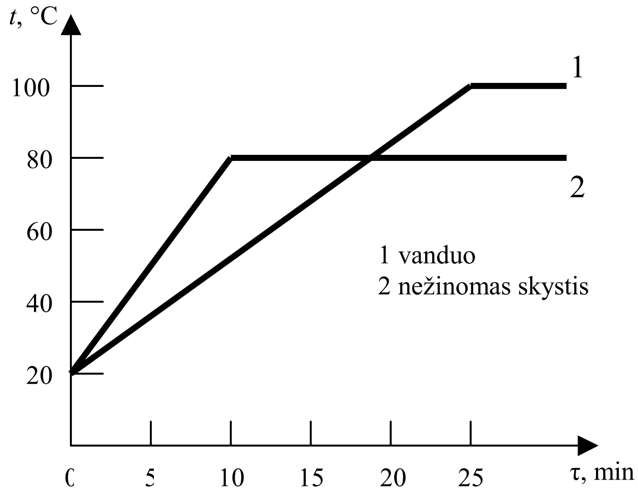
$$A_2 = p_0 S(H-h).$$

Todėl visas darbas

$$A = \frac{1}{2}\rho_0 g S h^2 + p_0 S(H-h) = S[\frac{1}{2}\rho_0 g h^2 + p_0(H-h)].$$

$\underline{A = 1{,}5 \text{ kJ.}}$

3. Dviejuose vienoduose kalorimetruose vienodais degikliais šildoma m_1 = 0,6 kg vandens ir m_2 = 0,5 kg nežinomo skysčio. Temperatūros priklausomybės nuo laiko grafikai pavaizduoti 2 paveiksle. Kalorimetro šiluminė talpa C = 200 J/°C, vandens savitoji šiluma c_1 = 4200 J/(kg·°C). Nustatykite nežinomo skysčio savitąją šilumą c_2. Šilumos nuostolių nepaisykite.



2 pav.

Sprendimas

Šilumos kiekis, suteiktas šildant kalorimetre vandenį:

$$Q_1 = c_1 m_1 \Delta t_1 + C\,\Delta t_1.$$

Kadangi šilumos kiekis proporcingas laikui, tai

$$Q_1 = \alpha\tau_1,$$

čia α – proporcingumo koeficientas, priklausantis nuo degiklio.

Todėl:

$$\alpha\tau_1 = c_1 m_1 \Delta t_1 + C\,\Delta t_1. \qquad (1)$$

Analogiškai šildant nežinomą skystį:

$$\alpha\tau_2 = c_2 m_2 \Delta t_2 + C\,\Delta t_2. \qquad (2)$$

Padaliję (1) ir (2) lygtis, gauname:

$$c_2 = \frac{\tau_2 \Delta t_1 (c_1 m_1 + C)}{\tau_1 \Delta t_2 m_2} - \frac{C}{m_2}.$$

Vertes τ_1 = 1500 s, τ_2 = 600 s , Δt_1 = 80 °C, Δt_2 = 60 °C nustatome iš grafiko.

$\underline{c_2 = 2{,}5\ \text{kJ/(kg} \cdot \text{°C)}.}$

4. Laboratorinio darbo metu Tadas nuosekliai sujungė dvi vienodo ilgio, skirtingo skerspjūvio ploto varines vielas ir prijungė jas prie įtampos šaltinio. Pirmosios vielos spindulys r_1 = 1 mm, antrosios – r_2 = 2 mm. Po tam tikro laiko (nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai) Tadas pastebėjo, kad viena viela įšilo labiau už kitą.
1) Kuri viela įkaito labiau ir kodėl?
2) Apskaičiuokite labiau įkaitusios vielos temperatūrą, jei aplinkos temperatūra 20 °C, o mažiau įkaitusios vielos temperatūra 40 °C.
Žinoma, kad šilumos kiekis, kurį atiduoda laidininkas aplinkai yra tiesiog proporcingas laidininko paviršiaus plotui ir temperatūrų tarp laidininko ir aplinkos skirtumui.

Sprendimas

Sujungus vielas nuosekliai, jomis teka elektros srovė, kurios stipris

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}, \qquad (1)$$

čia U – įtampa grandinėje, R_1 – plonosios vielos varža, R_2 – storosios vielos varža.

$$R_1 = \frac{\ell}{S_1}\rho = \frac{\ell}{\pi r_1^2}\rho, \qquad (2) \qquad\qquad R_2 = \frac{\ell}{S_2}\rho = \frac{\ell}{\pi r_2^2}\rho. \qquad (3)$$

Galia išsiskirianti vielose:

$$P_{i1} = I^2 R_1 = \frac{U^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2}. \qquad (4)$$

Ir analogiškai

$$P_{i2} = \frac{U^2 R_2}{(R_1 + R_2)^2}. \qquad (5)$$

Nusistovėjus vielų temperatūrai, kiekviena viela į aplinką atiduoda galią

$$P_{a1} = kS_{p1}\,(t_1 - t_0), \qquad (6)$$

k – proporcingumo koeficientas, $S_{p1} = 2\pi r_1 \ell$ - pirmosios vielos paviršiaus plotas, t_0 – aplinkos temperatūra.

Analogiškai

$$P_{a2} = kS_{p2}\,(t_2 - t_0), \qquad (7)$$

$S_{p2} = 2\pi r_2 \ell$ - antrosios vielos paviršiaus plotas, t_2 – antrosios vielos temperatūra.

Aišku, kad nuostoviajame režime:

$$P_{i1} = P_{a1}, \quad P_{i2} = P_{a2}.$$

Todėl

$$\frac{U^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2} = k2\pi r_1 \ell\,(t_1 - t_0) \quad \text{ir} \quad \frac{U^2 R_2}{(R_1 + R_2)^2} = k2\pi r_2 \ell\,(t_2 - t_0).$$

Padalinę šias lygtis, gauname:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1}{r_2}\frac{(t_1 - t_0)}{(t_2 - t_0)} \quad \text{arba} \quad \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = \frac{R_1}{R_2}\frac{r_2}{r_1}. \qquad (8)$$

Į (8) įrašę (2) ir (3) išraiškas gauname:

$$\frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = \frac{r_2^3}{r_1^3}.$$

Kadangi $r_2 > r_1$, tai $\frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} > 1$, arba $t_1 > t_2$.

Plonosios vielos temperatūra mažesnė.

Kai $r_2 = 2r_1$, tai $\frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = 8$;

$t_1 = 8t_2 - 7t_0$, $\underline{t_1 = 180\ °\text{C}}$.