2010 m. Lietuvos 22-ojo fizikos čempionato

UŽDUOČIŲ SPRENDIMAI

(Kiekvienas uždavinys vertinamas 10 taškų, visa galimų taškų suma – 100)

1. Lėktuvas skraido šiaurės–pietų kryptimi iš miesto A į miestą B pirmyn ir atgal. Atstumas tarp miestų ℓ. Esant nevėjuotam orui, lėktuvas visoje kelionėje sugaišta laiką t_1. Kiek kartų padidės kuro sąnaudos, jei viso skrydžio metu pūs šiaurės vėjas, kurio greitis u? Visais atvejais lėktuvo varikliai išvysto vienodą pastovią galią.

Sprendimas

Kadangi variklių galia visą laiką vienoda tai ir greitis oro atžvilgiu visą laiką liks toks pat ir kuro sąnaudos skirsis tiek kartų, kiek skirsis skrydžių laikai, t.y.

$$n = \frac{t_2}{t_1}.$$

Čia t_2 – laikas, sugaištamas visoje kelionėje, kai pučia vėjas.

Esant nevėjuotam orui skrydžio laikas

$$t_1 = \frac{2\ell}{v}. \qquad (1) \qquad \textit{(2 taškai)}$$

Tada lėktuvo greitis žemės atžvilgiu

$$v = \frac{2\ell}{t_1}. \qquad (2) \qquad \textit{(1 taškas)}$$

Pučiant šiaurės vėjui, laikai, sugaišti skrendant iš A į B ir iš B į A, bus skirtingi. Visas sugaištas laikas

$$t_2 = \frac{\ell}{v+u} + \frac{\ell}{v-u} = \frac{2\ell v}{v^2 - u^2}. \qquad (3) \qquad \textit{(3 taškai)}$$

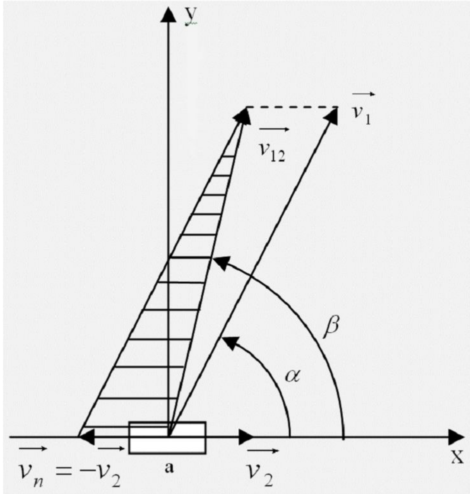
(2) lygtį įrašome į (3): $t_2 = \dfrac{4\ell^2 t_1}{4\ell^2 - t_1^2 u^2}$. *(2 taškai)*

Taigi kuro sąnaudos padidės: $\boxed{n = \dfrac{4\ell^2}{4\ell^2 - t_1^2 u^2}}$. *(2 taškai)*

2. Lėktuvas skrenda greičiu 300 km/h kampu į geležinkelio bėgius taip, kad lėktuvo greičio vektorius sudaro kampą $\alpha = 60°$ su traukinio greičio vektoriumi. Koks yra lėktuvo greitis traukinio atžvilgiu, jei traukinys juda 60 km/h greičiu?

Sprendimas.

Tegul lėktuvo greitis žemės atžvilgiu $\overrightarrow{v_1}$, o traukinio greitis $\overrightarrow{v_2}$. Pasirinkime atskaitos sistemą traukinį ir braižome brėžinį. *(2 taškai)*



Tada lėktuvas traukinio atžvilgiu dalyvaus dvejuose judesiuose: jis greičiu $\overrightarrow{v_1}$ judės žemės atžvilgiu, o pati žemė judės mūsų naujos sitemos atžvilgiu greičiu $\overrightarrow{v_n}$ (žiūr. brėž.). Aišku, kad $\overrightarrow{v_n} = -\overrightarrow{v_2}$. Todėl lėktuvo greitis traukinio atžvilgiu $\overrightarrow{v_{12}}$ bus greičių $\overrightarrow{v_1}$ ir $\overrightarrow{v_n}$ vektorinė suma: $\overrightarrow{v_{12}} = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_n}$. *(2 taškai)*

Šie trys vektoriai sudaro užštrichuotą trikampį, pavaizduotą paveiksle.

Vektoriaus $\overrightarrow{v_{12}}$ modulį galima rasti dviem būdais:

1) Geometriniu, taikant kosinuso ir sinuso teoremas;

2) Projekcijų. Sprendžiant šiuo būdu, pasirenkame atskaitos ašis x ir y (žiūr. brėž.).

Vektorinę lygtį perrašome dviem lygtimis projekcijoms:

$v_{12x} = v_{1x} + v_{nx}$. *(1 taškas)*

$v_{12y} = v_{1y} + v_{ny}$. *(1 taškas)*

Surandame šias projekcijas:

$v_{1x} = v_1 \cos\alpha$; $v_{nx} = -v_n$, bet $|\overrightarrow{v_n}| = |\overrightarrow{v_2}|$. *(1 taškas)*

Vadinasi, $v_{nx} = -v_2$. $v_{1y} = v_1 \sin\alpha$; $v_{ny} = 0$. Įrašę projekcijų reikšmes, randame $v_{12x} = v_1 \cos\alpha - v_2$, $v_{12y} = v_1 \sin\alpha$. *(1 taškas)*

Vektoriaus $\overrightarrow{v_{12}}$ modulis yra $\boxed{v_{12} = \sqrt{(v_1 \cos\alpha - v_2)^2 + v_1^2 \sin^2\alpha}}$, t.y. $\boxed{v_{12} = 275 \text{ km/h}}$. *(1 taškas)*

Vektoriaus $\overrightarrow{v_{12}}$ kryptis koordinačių sistemoje judančioje su traukinu nusakoma kampu β:

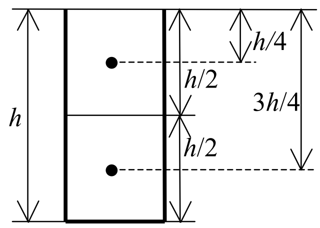
$tg\beta = \dfrac{v_{12y}}{v_{12x}}$. Tada $tg\beta = \dfrac{v_1 \sin\alpha}{v_1 \cos\alpha - v_2}$.

Tuo būdu, $\boxed{\beta = \mathrm{arctg}\dfrac{v_1 \sin\alpha}{v_1 \cos\alpha - v_2}}$; $\boxed{\beta = 19°12'}$. *(1 taškas)*

3. Du berniukai nutarė išsemti ritinio formos duobę, pilną vandens. Pirmasis berniukas išsėmė lygiai pusę vandens, po to antrasis – likusią pusę. Tarti, kad išsemtas vanduo į duobę nebepatenka. Įvertinkite, kiek kartų skiriasi berniukų atlikti darbai. Kurią duobės vandens dalį turi išsemti pirmasis berniukas, kad abiejų vaikų atliktas darbas būtų vienodas?

Sprendimas

Nubraižome brėžinį, kai dubės gylis *h*. *(1 taškas)*

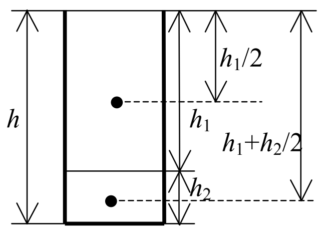


Mažiausias darbas atliekamas, kai vandeniui nesuteikiama papildoma kinetinė energija. Tada pirmojo berniuko atliktas darbas (pirmosios duobės vandens dalies masės centrą yra aukštyje $\frac{h}{4}$): $A_1 = mg\frac{h}{4}$. *(1 taškas)*

Antrojo berniuko atliktas darbas: $A_2 = mg\frac{3}{4}h$. *(1 taškas)*

Tuo būdu $\boxed{\frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{3}}$. *(1 taškas).*

Nubraižome kitą brėžinį. *(1 taškas)*



Ieškosime $k = \frac{h_1}{h}$. Čia h_1 - pirmojo berniuko išsemto vandens gylis, o antrajam liks išsemti aukštį $h_2 = h - h_1$.

Atlikti darbai šiuo atveju:

$A_1 = m_1 g h_1 / 2$ ir $A_2 = m_2 g(h_1 + h_2/2)$, *(1 taškas)*

čia m_1 – pirmojo berniuko išsemto vandens masė, m_2 – antrojo berniuko išsemto vandens masė.

Jos yra proporcingos išsemto vandens gyliams, t.y. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{h_1}{h_2}$. *(1 taškas)*

Kadangi pagal sąlygą $A_1 = A_2$, tai $m_1 h_1/2 = m_2(h_1 + h_2/2)$ ir $\frac{m_1}{m_2} = \frac{h_1 + h_2/2}{h_1/2}$. *(1 taškas)*

Vadinasi, $\frac{h_1}{h_2} = \frac{h_1 + h_2/2}{h_1/2}$, $h_1^2 = h_2(2h_1 + h_2)$, $h_1^2 = (h - h_1)(h + h_1)$, $h_1^2 = h^2 - h_1^2$. *(1 taškas)*

$h_1 = h/\sqrt{2}$, $\boxed{k = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}71}$. *(1 taškas)*

4. Kiek kartų helio atomų vidutinis kvadratinis greitis Saulės atmosferoje yra mažesnis už tą, kuriam esant atomai gali pabėgti nuo Saulės? Helio molinė masė $M = 4\ \text{g/mol}$, universalioji dujų konstanta $R = 8{,}31\ \text{J/(mol}\cdot\text{K)}$, Saulės masė $m = 2\cdot 10^{30}\ \text{kg}$, jos spindulys $r = 0{,}7\cdot 10^{9}\ \text{m}$, jos atmosferos temperatūra $T = 6000\ \text{K}$, o gravitacijos konstanta $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$.

Sprendimas

Turime rasti $k = \dfrac{v_{II}}{\bar{v}}$, čia v_{II} - Saulės antrasis (pabėgimo) kosminis greitis, $\bar{v}$ - helio atomų vidutinis kvadratinis greitis. *(1 taškas)*

$v_{II} = v_I\sqrt{2}$. Čia v_I – Saulės pirmasis kosminis greitis. $v_I = \sqrt{rg}$. Čia g – laisvojo kritimo pagreitis Saulėje. *(1 taškas)*

Iš visuotinės traukos dėsnio $g = G\dfrac{m}{r^2}$. Vadinasi, $v_{II} = \sqrt{\dfrac{2Gm}{r}}$. *(1 taškas)*

Helio atomo, kurio masė m_0, vidutinė kinetinė energija $\dfrac{m_0\bar{v}^2}{2} = \dfrac{3}{2}k_{\text{B}}T$, *(1 taškas)*

čia Bolcmano konstanta $k_{\text{B}} = R/N_{\text{A}}$, *(1 taškas)*

$m_0 N_{\text{A}} = M$, *(1 taškas)*

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \qquad (1\ taškas)$$

$$\boxed{k = \sqrt{\frac{2GmM}{3rRT}}}. \qquad (1\ taškas)$$

$$\boxed{k = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{30}\cdot 0{,}004}{3\cdot 0{,}7\cdot 10^{9}\cdot 8{,}31\cdot 6000}} = 100}. \qquad (2\ taškai)$$

5. Svečiams ant stalo norime pateikti atšaldytą iki $t_1 = 15\,°\mathrm{C}$ temperatūros vandenį. Virtuvėje esančio vandens temperatūra $t_0 = 25\,°\mathrm{C}$. Šaldytuve yra $V_0 = 10\,\mathrm{cm}^3$ tūrio ledo kubelių, atšaldytų iki $t_2 = -18\,°\mathrm{C}$ temperatūros. Kelis ledo kubelius reikia įmesti į vandenį, norint gauti $V = 3\,\ell$ atšaldyto vandens? Vandens tankis $\rho_v = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$, ledo – $\rho_\ell = 900\ \mathrm{kg/m^3}$, vandens savitoji šiluma $c_v = 4200\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)}$, ledo savitoji šiluma $c_\ell = 2100\,\mathrm{J/(kg\cdot °C)}$, ledo savitoji lydymosi šiluma $\lambda = 3{,}3\cdot 10^5\ \mathrm{J/kg}$. Šilumos nuostolių nepaisykite.

Sprendimas

Ledo kubelių skaičius *n* lygus $n = V_\ell / V_0$, *(1 taškas)*

čia V_ℓ - visų ledo kubelių tūris. Jei visų ledo kubelių masė m_ℓ, tai $V_\ell = \dfrac{m_\ell}{\rho_\ell}$.

Ledo masę m_ℓ apskaičiuosime iš šilumos balanso. Ledas gauna šilumos kiekį ledui pašildyti nuo $-18\,°\mathrm{C}$ iki $0\,°\mathrm{C}$, išlydyti jį pastovioje $0\,°\mathrm{C}$ temperatūroje ir gautą vandenį pašildyti nuo $0\,°\mathrm{C}$ iki $15\,°\mathrm{C}$ temperatūros:

$$Q_1 = c_\ell m_\ell (t - t_2) + \lambda m_\ell + c_v m_\ell (t_1 - t)\ .$$ *(2 taškai)*

Atšaldamas vanduo atiduoda šilumos kiekį: $Q_2 = c_v m_v (t_0 - t_1)$, *(1 taškas)*

čia m_v – paimto šilto vandens masė. Pagal energijos tvermės dėsnį $Q_1 = Q_2$, t.y.

$$c_v m_v (t_0 - t_1) = m_\ell \left(c_\ell (t - t_2) + \lambda + c_v (t_1 - t)\right). \qquad (1)$$ *(1 taškas)*

Jei *m* – viso reikalingo vandens masė, akivaizdu, kad $m_v + m_\ell = m = \rho_v V$. Iš čia

$$m_v = \rho_v V - m_\ell . \qquad (2)$$ *(1 taškas)*

(2) lygtį įrašę į (1) gauname:

$$m_\ell = \frac{c_v \rho_v V (t_0 - t_1)}{c_\ell (t - t_2) + \lambda + c_v (t_1 - t) + c_v (t_0 - t_1)}. \qquad (3)$$ *(1 taškas)*

Išsilydžiusio ledo tūris $V_\ell = \dfrac{m_\ell}{\rho_\ell}$. Vadinasi, norint atvėsinti vandenį iki reikiamos temperatūros, būtina paimti $n = \dfrac{V_\ell}{V_0} = \dfrac{m_\ell}{\rho_\ell V_0}$ ledo kubelių. (1 taškas).

Įrašę m_ℓ vertę, gauname:

$$\boxed{n = \frac{c_v \rho_v V (t_0 - t_1)}{\rho_\ell V_0 \left(c_\ell (t - t_2) + \lambda + c_v (t_0 - t)\right)} \approx 30}.$$ *(2 taškai)*

6. Iš masės $m = 100$ g vario gabalo padarė vielą, kurios varža $R = 10{,}0\,\Omega$. Prie vielos pritvirtino masės $M = 200\ g$ kūną ir pakabino vielą už jos laisvojo galo. Kiek pailgėjo viela po pakabinimo? Kam lygus pradinis vielos ilgis? Kam lygus pradinis laido skersmuo? Vario tankis $\rho = 8{,}89 \cdot 10^3$ kg/m^3, savitoji varža $\rho_R = 0{,}0171\ \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$, Jungo modulis $E = 110\,\text{GPa}$, o laisvojo kritimo pagreitis $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$.

Sprendimas

$\Delta l = l_0 \dfrac{F}{SE}$, *(1 taškas)*

čia Δl – ieškomas vielos ilgio pokytis; l_0 – nedeformuotos vielos ilgis; F – jėga, deformuojanti vielą, S – vielos skerspjūvio plotas.

Vielos varža $R = \dfrac{\rho_R l_0}{S}$, $\dfrac{l_0}{S} = \dfrac{R}{\rho_R}$. *(1 taškas)*

Deformuojanti jėga F susideda iš prikabinto kūno sunkio Mg ir pačios vielos sunkio mg, į kurį reikia atsižvelgti, nes tai yra tos pačios eilės dydžiai. Kadangi vielos sunkis homogeniškai pasiskirstęs išilgai visos vielos, o pailgėjimas proporcingas veikiančiai jėgai, galima vielos sunkio jėgą sumažinti dvigubai, laikant, kad ji veikia vielos galą. Tada

$F = (M + 0{,}5m)g$. *(1 taškas)*

$\boxed{\Delta l = \dfrac{R(M + 0{,}5m)g}{\rho_R E}}$. *(1 taškas)*

$\Delta l = \dfrac{10 \cdot (0{,}2 + 0{,}5 \cdot 0{,}1) \cdot 9{,}81}{0{,}0171 \cdot 10^{-6} \cdot 110 \cdot 10^9} = 0{,}0130\,(\text{m})$, t.y. $\boxed{\Delta l = 13\ \text{mm}}$. *(1 taškas)*

Vielos masė $m = \rho\, l_0 S$, $m = \rho\, l_0^2 \dfrac{\rho_R}{R}$. *(1 taškas)*

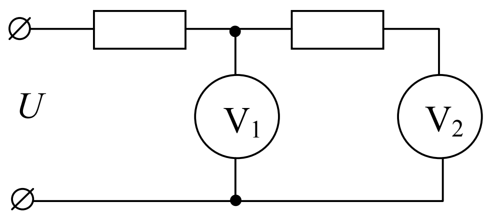
Vadinasi, $\boxed{l_0 = \sqrt{\dfrac{mR}{\rho \rho_R}}}$. *(1 taškas)*

Tada $l_0 = \sqrt{\dfrac{0{,}1 \cdot 10}{8{,}89 \cdot 10^3 \cdot 0{,}0171 \cdot 10^{-6}}} = 81{,}1\,(\text{m})$, t.y. $\boxed{l_0 = 81{,}1\ \text{m}}$. *(1 taškas)*

$\pi \dfrac{d^2}{4} = \dfrac{m}{\rho\, l_0}$, iš čia $\boxed{d = \sqrt{\dfrac{4m}{\pi \rho l_0}}}$. *(1 taškas)*

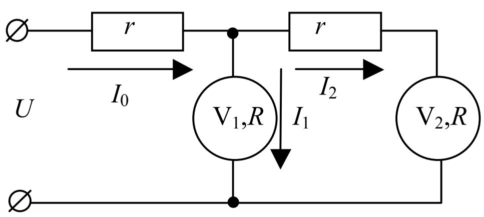
Tada $d = \sqrt{\dfrac{4 \cdot 0{,}1}{3{,}14 \cdot 8{,}89 \cdot 10^3 \cdot 81{,}1}} = 4{,}20 \cdot 10^{-4}\,(\text{m})$, t.y. $\boxed{d = 0{,}42\ \text{mm}}$. *(1 taškas)*

7. Grandinę, pavaizduotą paveiksle, sudaro du vienodi rezistoriai ir du vienodi voltmetrai V_1 ir V_2. Ką rodo voltmetrai, jeigu kiekvieno jų vidaus varža dešimt kartų viršija kiekvieno rezistoriaus varžą, o prie gnybtų prijungta įtampa $U = 13{,}1$ V ?



Sprendimas

Pažymėkime voltmetro varžą R, rezistoriaus varžą r, sąlygoje minimą varžų santykį $\rho = \dfrac{r}{R} = \dfrac{1}{10}$. Nubraižome schemą ir pažymime sroves. *(1 taškas)*



Pirmas voltmetras rodo įtampą $U_1 = I_1 R$, *(1 taškas)*

čia I_1 - srovės, tekančios per pirmąjį voltmetrą, stipris.

Antras voltmetras rodo įtampą $U_2 = I_2 R$, *(1 taškas)*

čia I_2 - srovės, tekančios per antrąjį voltmetrą, stipris.

Grandinės visos srovės stipris $I_0 = I_1 + I_2$, $I_0 = \dfrac{U}{R_0}$, *(1 taškas)*

čia visos grandinės varža $R_0 = \dfrac{(r+R)R}{r+2R} + r = \dfrac{r^2 + 3rR + R^2}{r+2R}$. *(1 taškas)*

Taigi, visos į grandinę tiekiamos srovės stipris yra $I_0 = \dfrac{U(r+2R)}{r^2 + 3rR + R^2}$. *(1 taškas)*

Mazge srovė pasiskirsto atvirkščiai proporcingai šakų varžoms, t.y.

$$I_1 = \frac{U(r+R)}{r^2 + 3rR + R^2}, \qquad \textit{(1 taškas)}$$

$$I_2 = \frac{UR}{r^2 + 3rR + R^2}. \qquad \textit{(1 taškas)}$$

Taigi, voltmetrų įtampos yra

$$U_1 = \frac{U(rR + R^2)}{r^2 + 3rR + R^2}, \qquad \boxed{U_1 = U\frac{1+\rho}{1+3\rho+\rho^2} = 11\ \text{V}}, \qquad \textit{(1 taškas)}$$

$$U_2 = \frac{UR^2}{r^2 + 3rR + R^2}, \qquad \boxed{U_2 = U\frac{1}{1+3\rho+\rho^2} = 10\ \text{V}}.. \qquad \textit{(1 taškas)}$$

8. Laikrodis, kurio švytuoklė sudaryta iš mažų matmenų svarelio ir lengvo žalvarinio siūlo, rodo teisingą laiką esant $t_0 = 0$ °C temperatūrai. Apskaičiuokite žalvario tiesinio plėtimosi koeficientą α, jeigu temperatūrai padidėjus iki $t = 20$ °C, laikrodis per parą vėluoja $\Delta\tau = 16$ s.

Sprendimas

Pažymėkime laikrodžio švytuoklės siūlo ilgį l_0. esant naujai temperatūrai jos ilgis

$l = l_0(1+\alpha t)$. *(1 taškas)*

Laikrodžio švytuoklės svyravimų periodas 0 °C temperatūroje

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}},$$ *(1 taškas)*

Svyravimų periodas 20°C temperatūroje

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha t)}{g}} .$$ *(1 taškas)*

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{1+\alpha t} \ , \ \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 = 1+\alpha t .$$ *(1 taškas)*

Pažymėsime paros trukmę $\tau = 24\cdot 60\cdot 60 = 86400$ s . Per tą laiko tarpą teisingo laikrodžio švytuoklė padaro N pilnų svyravimų. Vadinasi,

$\tau = NT_0$ ir $\tau + \Delta\tau = NT$. *(1 taškas)*

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\tau+\Delta\tau}{\tau}.$$ *(1 taškas)*

$$\left(\frac{\tau+\Delta\tau}{\tau}\right)^2 = 1+\alpha t ,$$ *(1 taškas)*

$$1+2\frac{\Delta\tau}{\tau}+\left(\frac{\Delta\tau}{\tau}\right)^2 = 1+\alpha t .$$ *(1 taškas)*

Kadangi $\left(\frac{\Delta\tau}{\tau}\right)^2 << \frac{\Delta\tau}{\tau} << 1$, trečiąjį narį kairėje lygybės pusėje atmetame.

$$\boxed{\alpha \approx \frac{2\Delta\tau}{\tau t}}.$$ *(1 taškas)*

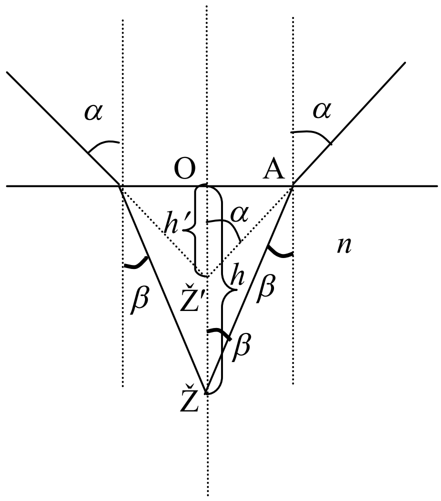
$$\boxed{\alpha = \frac{2\cdot 16}{84600\cdot 20} \approx 1{,}9\cdot 10^{-5}\ (\frac{1}{^\circ\mathrm{C}})}.$$ *(1 taškas)*

9. Jūrinis erelis, skrisdamas aukštyje H = 8 m virš vandens paviršiaus, mato esančią gylyje h = 80 cm žuvį, o ši mato erelį. Kokiame gylyje h' ereliui atrodo esanti žuvis? Kokiame aukštyje H' žuviai atrodo skrendantis erelis? Vandens lūžio rodiklis n = 1,33.

Pastaba: Spręsdami galite pasinaudoti mažų kampų α atveju apytikre formule $\sin\alpha \approx \mathrm{tg}\alpha$.

Sprendimas

Stebėtojui, žiūrinčiam iš viršaus (ereliui), atrodo, kad žuvis, esanti taške Ž, atrodo esanti taške Ž′ (žiūr. brėž. – už brėžinį - *1 taškas*). Iš brėžinio galime sudaryti tokias lygtis:

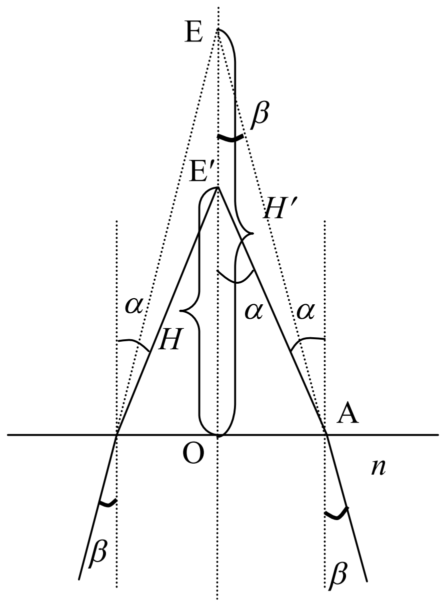


$$h' = \frac{\mathrm{OA}}{\mathrm{tg}\alpha},\ \mathrm{OA} = h\cdot\mathrm{tg}\beta. \qquad \textit{(2 taškai)}$$

Iš čia $\boxed{h' = h\frac{\mathrm{tg}\beta}{\mathrm{tg}\alpha} \approx h\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{h}{n} = 60\ \mathrm{cm}}$. *(2 taškai)*

Kampai nedideli, todėl pasinaudojome apytikriais sąryšiais $\sin\alpha \approx tg\alpha$ ir $\sin\beta \approx \mathrm{tg}\beta$.

Stebėtojui (žuviai), žiūrinčiam iš vandens, atrodo, kad erelis, esantis aukštyje H, atrodo esantis aukštyje H' (žiūr. brėž., už brėžinį – *1 taškas*). Iš brėžinio galima sudaryti tokias lygtis:



$$H' = \frac{\mathrm{OA}}{\mathrm{tg}\beta},\ \mathrm{OA} = H\cdot\mathrm{tg}\alpha. \qquad \textit{(2 taškai)}$$

Iš čia

$\boxed{H' = H\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\beta} \approx H\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = Hn = 10{,}6\ \mathrm{m}}$. *(2 taškai)*

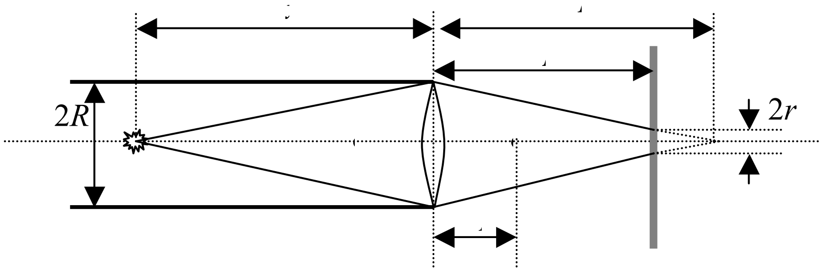
Čia taip patl kampai nedideli, todėl pasinaudojome apytikriais sąryšiais $\sin\alpha \approx tg\alpha$ ir $\sin\beta \approx \mathrm{tg}\beta$.

10. Šviestuvą sudaro spindulio R = 15 mm vamzdelis su juodu vidiniu paviršiumi, viename jo gale įtvirtintu plonu lęšiu, kurio židinio nuotolis F = 12 cm, ir taškiniu šviesos šaltiniu vamzdelio ašyje jo viduje. Kokiu atstumu nuo lęšio reikia padėti taškinį šviesos šaltinį, kad ekrane, pastatytame išorėje atstumu L = 25 cm nuo lęšio statmenai vamzdeliui, būtų stebima spindulio r = 8 mm skritulio formos šviesi dėmė?

Sprendimas

Galimi du atvejai.

1 atvejis - *(iš viso – 5 taškai)*



Už brėžinį – *(1 taškas)*. Lęšio formulė objektui ir atvaizdui:

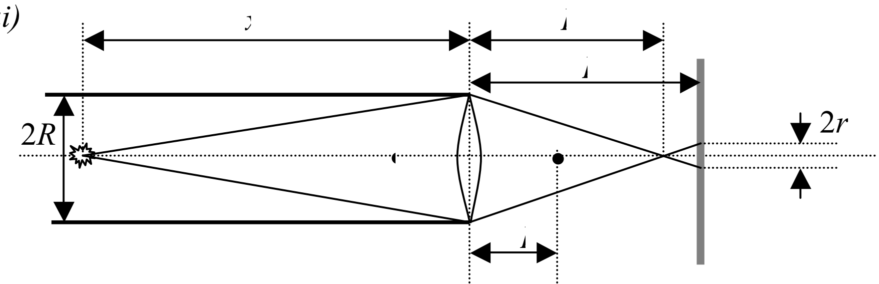
$$\frac{1}{F}=\frac{1}{x}+\frac{1}{D}$$ *(1 taškas).*

Iš čia $x=\dfrac{FD}{D-F}$ *(1 taškas).*

D randame iš panašių trikampių: $\dfrac{R}{r}=\dfrac{D}{D-L}$ *(1 taškas),*

iš čia $D=\dfrac{RL}{R-r}$.Tada $\boxed{x=\dfrac{FRL}{RL-FR+Fr}=\dfrac{12\cdot 1{,}5\cdot 25}{1{,}5\cdot 25-12\cdot 1{,}5+12\cdot 0{,}8}=15{,}5\text{ cm}}$ *(1 taškas).*

2 atvejis - *(iš viso – 5 taškai)*



Už brėžinį – *(1 taškas)*. Lęšio formulė objektui ir atvaizdui: $\dfrac{1}{F}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{D}$. *(1 taškas)*

Iš čia $x=\dfrac{FD}{D-F}$. *(1 taškas)*

D randame iš panašių trikampių: $\dfrac{R}{r}=\dfrac{D}{L-D}$, *(1 taškas)*

iš čia $D=\dfrac{RL}{R+r}$. Tada $\boxed{x=\dfrac{FRL}{RL-FR+Fr}=\dfrac{12\cdot 1{,}5\cdot 25}{1{,}5\cdot 25-12\cdot 1{,}5-12\cdot 0{,}8}=45{,}5\text{ cm}}$. *(1 taškas)*