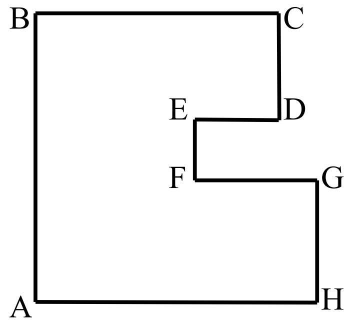
2011 m. Lietuvos 23-ojo fizikos čempionato

UŽDUOČIŲ SPRENDIMAI

2011 m. gruodžio 3 d.

(Kiekvienas uždavinys vertinamas 10 taškų, visa galimų taškų suma – 100)

1. Iš vienalytės metalo plokštės išpjauta plokštelė. Perbraižykite ją į sąsiuvinį, išlaikydami nurodytus išmatavimus, ir braižydami raskite jos masės centro padėtį. AB=14 cm, BC=12 cm, CD=6 cm, DE=3 cm, EF=2 cm, FG=6 cm, GH=6 cm, HA=15 cm.



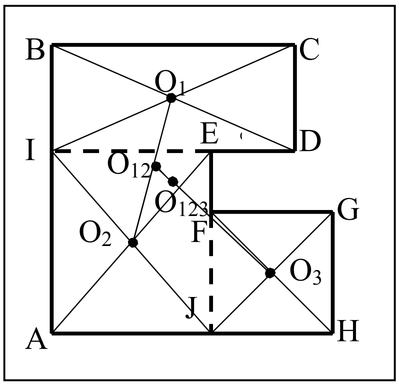
Sprendimas.

1. Tiksliai perbraižome plokštelę į sąsiuvinį. (1 taškas)

2. Padaliname plokštelę į trys stačiakampius (2 taškai)
(pvz.: 1 –IBCD, 2 – AIEJ, 3 - JFGH)

3. Nubraižome stačiakampiuose įstrižaines, rasdami jų svorio centrų padėtis O_1, O_2 ir O_3. (1 taškas)

4. Stačiakampių masės proporcingos jų plotams $m_i \sim S_i$.
(2 taškai)

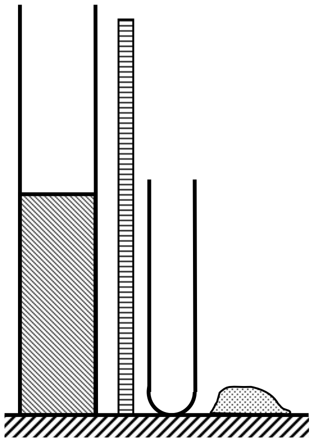


5. Sujungiame tiese O_1 ir O_2 ir randame joje pirmojo ir antrojo stačiakampių bendrojo masių centro padėtį O_{12}. Kadangi $S_1 = S_2$, tai $O_1O_{12} = O_2O_{12}$. (2 taškai)

6. Sujungiame tiese O_{12} ir O_3 ir randame joje plokštelės masių centro padėtį O_{123}.
$$\frac{S_3}{S_1 + S_2} = \frac{1}{4} = \frac{O_{12}O_{123}}{O_{123}O_3}.$$ (2 taškai)

Netvarkingas brėžinys – minus 2 taškai.

2. Turime menzūrą, į kurią įpiltas vanduo, liniuotę, plonasienę menzūrėlę ir nedidelę krūvelę smėlio. Aprašykite, kaip rasti smėlio masę. Kiekvienas mintino eksperimento etapas privalo turėti aiškų ir tvarkingą brėžinį.



Sprendimas.

Teorija. Pagal Archimedo dėsnį smėlio masė $m = \dfrac{\pi d^2}{4}\rho\Delta L$, (1 taškas)

čia ρ – vandens tankis, d – išorinis menzūrėlės skersmuo, ΔL – kiek įgrims menzūrėlė, supylus į ją smėlį.

$$\Delta L = \Delta H + \Delta S\,, \qquad \text{(1 taškas)}$$

čia ΔH - kiek pakils vanduo menzūroje, ΔS - kiek nusileis pati menzūrėlė. Išstumto vandens tūris lygus pakilusio vandens tūriui $\dfrac{\pi d^2}{4}\Delta S = \left(\dfrac{\pi D^2}{4} - \dfrac{\pi d^2}{4}\right)\Delta H$, (1 taškas)

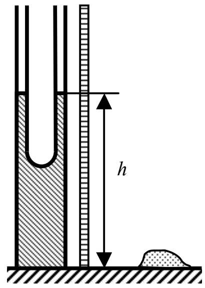
čia D – menzurės vidaus skersmuo. Vadinasi $\dfrac{\pi d^2}{4}(\Delta S + \Delta H) = \dfrac{\pi D^2}{4}\Delta H$ ir

$$\boxed{m = \frac{\pi D^2}{4}\rho\Delta H}. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Matavimų aprašymas

1) Tuščią menzūrėlę įdedame į menzūrą ir matuojame vandens lygį h. (1 taškas)

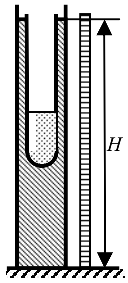
Matavimų piešinukas. (1 taškas)



Pastaba. Realiai menzūrėlė gali būti pasvirus, bet tai neturi reikšmės, jeigu menzūrėlė beveik arba visiškai neišsikiša iš menzūros, nes tokiu atveju trinties jėga lietimosi taške nebus didelė.

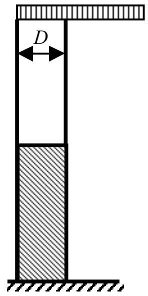
2) Į menzūrėlę supilame smėlį ir vėl matuojame vandens lygį *H*. (1 taškas)

Matavimų piešinukas. (1 taškas)



Pastaba. Šį kartą menzūrėlė turėtų stovėti vertikaliai.

3) Dabar matuojame vidaus skerspjūvį *D* ir braižome piešinuką. (1 taškas)

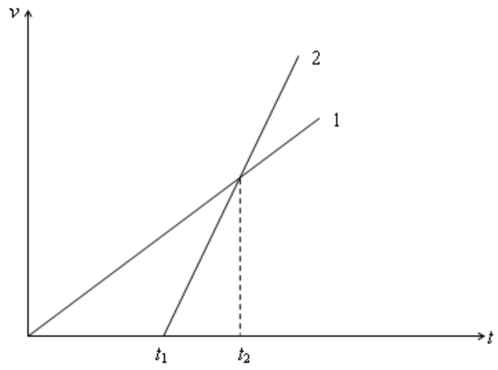


Turėdami visų matavimų rezultatus apskaičiuojame smėlio masę:

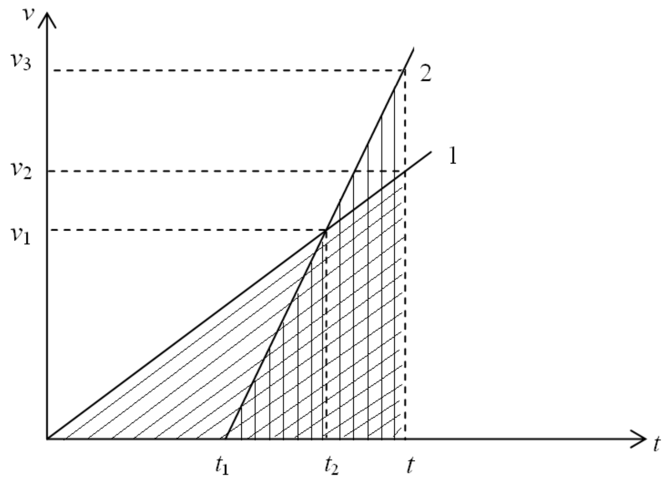
$\boxed{m = \frac{\pi D^2}{4}(H - h)\rho}$. $\rho = 10^3$ kg/m^3 . (1 taškas)

Pastaba. Kuo daugiau matuojamų dydžių, tuo didesnė rezultatų paklaida. Už teisingus ir tvarkingus aprašymus, naudojančius kitokią formulę, minus 1 taškas už kiekvieną matavimą po trečiojo.

3. Du kūnai pradeda judėti iš vieno taško ta pačia kryptimi. Greičio priklausomybės nuo laiko grafikai pateikti paveiksle. Laikas $t_1 = 30\,\mathrm{s}$, $t_2 = 40\,\mathrm{s}$. Po kiek laiko (nuo pirmojo kūno pajudėjimo) kūnai susitiks?



Sprendimas



Iš grafiko matyti, kad antrasis kūnas pajuda po laiko t_1. Laiko momentu t_2 abiejų kūnų greičiai vienodi ir lygūs v_1.

Kūnai nueis vienodą kelią, kai kreivių apriboti plotai bus vienodi. (1 taškas)

$$\frac{1}{2}v_3(t-t_1)=\frac{1}{2}v_2 t. \qquad \text{(1 taškas)}$$

Iš čia $t=\dfrac{v_3 t_1}{v_3-v_2}$. (1) (1 taškas)

Be to $v_3 = a_2(t-t_1)$, (2) (1 taškas)

$v_2 = a_1 t$, (3) (1 taškas)

čia a_1 – pirmojo kūno pagreitis, a_2 – antrojo kūno pagreitis.

(2) ir (3) lygtis įrašome į (1):

$$t=\frac{a_2(t-t_1)t_1}{a_2(t-t_1)-a_1 t}=\frac{a_2(t-t_1)t_1}{a_2\left(t-t_1-\dfrac{a_1}{a_2}t\right)}=\frac{(t-t_1)t_1}{t-t_1-\dfrac{a_1}{a_2}t}. \quad (4) \qquad \text{(1 taškas)}$$

Iš grafiko matyti: $v_1 = a_2(t_2-t_1)$, (5)

$v_1 = a_1 t_2$. (6) (1 taškas)

Iš (5) ir (6) lygčių: $a_1 t_1 = a_2(t_2-t_1)$, $\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{t_2-t_1}{t_2}$. (7)

(7) lygtį įrašę į (4), gauname:

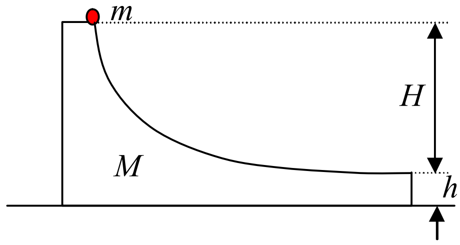
$$t=\frac{(t-t_1)t_1}{t-t_1-\dfrac{(t_2-t_1)t}{t_2}}. \text{ Iš čia } t=\frac{(t-t_1)t_2}{t-t_2} \text{ arba } t^2-2t_2 t+t_1 t_2=0, \qquad \text{(1 taškas)}$$

$$t=t_2\pm\sqrt{t_2^2-t_1 t_2}.$$

Šaknį su „– „ ženklu atmetame, nes $t>t_2$. $\boxed{t=t_2+\sqrt{t_2^2-t_1 t_2}.}$ (1 taškas)

$\boxed{t=60\,\mathrm{s}.}$ (1 taškas)

4. Masės m nedidelis kūnas padėtas ant masės M trinkelės, turinčios lenktą lygų paviršių ir esančios ant lygios horizontalios plokštumos (žiūr. brėž.). Aukščių tarp lenkto paviršiaus viršutinio ir apatinio taško skirtumas H, o apatinio taško aukštis virš plokštumos h. Kūnas be pradinio greičio pradeda slysti lenktuoju paviršiumi. Kokie kūno ir trinkelės greičiai tuo momentu, kai kūnas atitrūksta nuo trinkelės? Koks atstumas tarp trinkelės ir kūno, kai šis atsitrenkia į žemę?



Sprendimas

Užrašome energijos ir judesio kiekio tvermės dėsnius:

$$\begin{cases} mgH = \dfrac{Mu^2}{2} + \dfrac{mv^2}{2} \\ mv = Mu \end{cases}. \qquad \text{(3 taškai)}$$

Iš čia $v = \sqrt{\dfrac{2gHM}{m+M}}$, $u = m\sqrt{\dfrac{2gH}{M(m+M)}}$. (2 taškai)

Apskaičiuojame atstumą:

$h = \dfrac{gt^2}{2}$, iš čia $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$. (3 taškai)

Atstumas lygus: $L = (v+u)t$. $\boxed{L = 2\sqrt{\dfrac{hH(m+M)}{M}}}$ (2 taškai)

5. Inde yra $V = 2{,}8\,\lambda$ $t_0 = 20\,°\mathrm{C}$ temperatūros vandens. Įmetus į indą $m = 3\,\mathrm{kg}$ masės plieninę detalę, vanduo įšilo iki $t = 60\,°\mathrm{C}$ temperatūros, o $\Delta m = 33\,\mathrm{g}$ vandens išgaravo. Vandens savitoji šiluma $c = 4200\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}$, plieno savitoji šiluma $c_1 = 460\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot°\mathrm{C}}$, vandens savitoji garavimo šiluma $L = 2{,}3\cdot10^6\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$, vandens tankis $\rho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Iki kokios temperatūros t_x buvo įkaitinta detalė? Šilumos nuostolių ir indo šilumos talpos nepaisykite.

Sprendimas

Pagal energijos tvermės dėsnį:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4,$$ (2 taškai)

čia $Q_1 = c_1 m(t_x - t)-$ šilumos kiekis, kurį atiduoda plieninė detalė; (1 taškas)

$Q_2 = c\rho V(t - t_0)-$ šilumos kiekis, kurį gauna visas vanduo įšildomas nuo pradinės temperatūros iki $60\,°\mathrm{C}$; (1 taškas)

$Q_3 = c\Delta m(t_v - t)-$ šilumos kiekis, kurį gauna dalis vandens, įšildoma nuo $60\,°\mathrm{C}$ iki virimo temperatūros $t_v = 100\,°\mathrm{C}$; (1 taškas)

$Q_4 = \Delta mL -$ šilumos kiekis, kurį gauna dalis vandens išgaruodamas. (2 taškai)

Todėl $c_1 m(t_x - t) = c\rho V(t - t_0) + c\Delta m(t_v - t) + \Delta mL.$ (1 taškas)

Iš čia $t_x = \dfrac{c_1 mt + c\rho V(t - t_0) + \Delta m(c(t_v - t)L)}{c_1 m}$, 1 taškas)

$$\boxed{t_x = t + \frac{c\rho V(t - t_0) + \Delta m(c(t_v - t)L)}{c_1 m}.}$$ (1 taškas)

$$\boxed{t_x = 460\,°\mathrm{C}.}$$ (1 taškas)

6. 1 dm^3 tūrio inde buvo normalių sąlygų (temperatūra 0°C, slėgis 760 torų) oras. Kiek procentų pakistų slėgis inde į jį patekus dar 0,2 molio tos pačios temperatūros oro, o indo tūrį, nekeičiant temperatūros, padidinus 2 kartus?

Sprendimas

Slėgis aprašomas lygtimi $p = nkT$, čia n – dalelių (oro molekulių) koncentracija, k – Bolcmano konstanta, T – absoliutinė temperatūra (2 taškai),

arba $p = N_\mathrm{A}\dfrac{\nu}{V}kT$, čia ν - molių skaičius, N_A – Avogadro skaičius (2 taškai).

Taigi proceso pradžioje

$p_1 = N_\mathrm{A}\dfrac{\nu_1}{V_1}kT$, čia $V_1 = 1\ \mathrm{dm}^3$, $\nu_1 = \dfrac{1}{22{,}4}$ molių oro, nes normaliomis sąlygomis 1 molis užima 22,4 dm^3 tūrį. (2 taškai)

Patekus papildomai $\nu = 0{,}2$ molio oro ir padidinus tūrį iki $2V_1$, pasiekiamas slėgis

$$p_2 = N_\mathrm{A}\frac{\nu + \nu_1}{2V_1}kT\,. \qquad \text{(2 taškai)}$$

Tada $\Delta p = p_2 - p_1$. Santykinis slėgio pokytis lygus

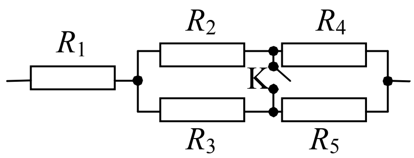
$$\frac{\Delta p}{p_1} = \frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{N_A(\nu - \nu_1)V_1}{2V_1 N_A \nu_1 kT} - 1 = \frac{\nu - \nu_1}{2\nu_1}\,.$$

$$\boxed{\frac{\Delta p}{p_1} = 0{,}5\left(\frac{\nu}{\nu_1} - 1\right)} \qquad \boxed{\frac{\Delta p}{p_1} = 174\%} \qquad \text{(2 taškai)}$$

7. Pavaizduotoje grandinėje

$R_1 = 11R, \quad R_2 = 10R, \quad R_3 = 40R, \quad R_4 = 50R, \quad R_5 = 20R.$

Kuriame varže tekant srovei išsiskiria mažiausiai šilumos, o kuriame daugiausiai, kai jungiklis K atidarytas, ir kai uždarytas?

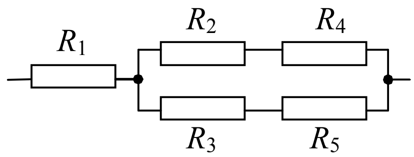


Sprendimas.

Varžo galia $P_i = R_i I_i^2$. (1 taškas)

Tarkime, kad visos grandinės srovės stipris yra I. Tada $P_1 = 11RI^2$. (1 taškas)

***Pirmas atvejis*. Jungiklis K atidarytas.**



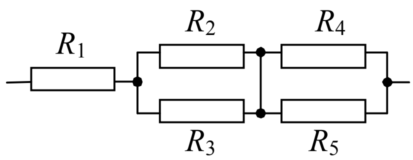
$I_{24} = I_{35} = \frac{1}{2} I$, nes $R_2 + R_4 = R_3 + R_5$. (1 taškas)

Mažiausia galia lygiagrečioje dalyje $P_2 = R_2 I_{24}^2, \quad P_2 = \frac{5}{2} RI^2 < P_1$ (1 taškas)

Didžiausia galia lygiagrečioje dalyje $P_4 = R_4 I_{24}^2, \quad P_4 = \frac{25}{2} RI^2 > P_1$ (1 taškas)

Mažiausiai šilumos išsiskiria varže R_1, o daugiausia išsiskiria varže R_4. (1 taškas)

***Antras atvejis.* Jungiklis K uždarytas.**



Lygiagrečių varžų porai $I_i R_i = I \frac{R_i R_j}{R_i + R_j}$,

$$I_i = I \frac{R_j}{R_i + R_j}.$$ (1 taškas)

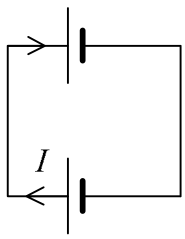
$$P_i = I^2 \frac{R_i R_j^2}{(R_i + R_j)^2}.$$ (1 taškas)

$$P_2 = \frac{32}{5} RI^2, \quad P_3 = \frac{8}{5} RI^2, \quad P_4 = \frac{200}{49} RI^2, \quad P_5 = \frac{500}{49} RI^2.$$ (1 taškas)

Mažiausiai šilumos išsiskiria varže R_3, o daugiausia išsiskiria varže R_1. (1 taškas)

8. Elektros srovės šaltinis yra sudarytas iš dviejų lygiagrečiai vienodais poliais sujungtų elementų, kurių elektrovaros E_1 = 1 V ir E_2 = 2 V, o vidaus varžos r_1 = 1 ir r_2 = 2 Ω. Raskite šaltinio elektrovarą E ir vidaus varžą r. Kokios elektrinės varžos R laidininką reikia prijungti prie šaltinio gnybtų, kad įtampa tarp jų būtų lygi vieno iš elementų elektrovarai? Nubrėžkite grandinės schemą.

Sprendimas



Pagal Omo dėsnį uždarajai grandinei, kai laidininkas neprijungtas (žiūr. brėž.):

$$I = \frac{E_2 - E_1}{r_1 + r_2};$$ (1 taškas)

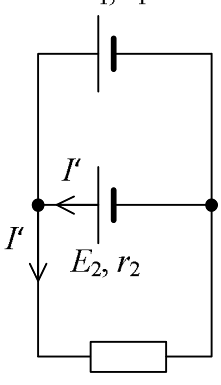
$$E = E_2 - Ir_2 = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2};$$ (1 taškas)

(1 taškas) $$E = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 1}{1 + 2} \approx 1{,}3\ (\text{V}).$$ (1 taškas)

Lygiagrečiam jungimui

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2};$$ (1 taškas)

$$\boxed{r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}; r = \frac{1 \cdot 2}{1 + 2} = \frac{2}{3}(\Omega).}$$ (1 taškas)



Prijungus laidininką įtampa tarp šaltinio gnybtų mažėja, todėl ji gali būti lygi tik E_1 = 1 V, t.y. pirmojo elemento elektrovarai. Tada elektros srovė teka tik antruoju elementu ir laidininku, o jos stipris

$$I' = \frac{E_2}{R + r_2};$$ (1 taškas)

$$I' = \frac{U}{R} = \frac{E_1}{R}.$$ (1 taškas)

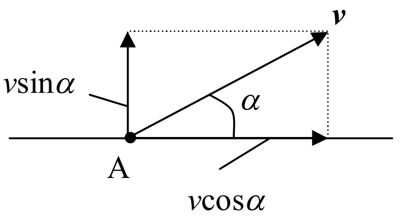
Sulyginę dešiniąsias puses gauname:

(1 taškas) $$\boxed{R = \frac{E_1 r_2}{E_2 - E_1}; R = \frac{1 \cdot 2}{2 - 1} = 2(\Omega).}$$ (1 taškas)

9. Iš taško A, esančio tiesėje, nukreiptoje išilgai vienalyčio indukcijos B magnetinio lauko, išlekia elektronas, kurio greitis v nukreiptas kampu α į tiesę. Kokiu minimaliu atstumu l nuo taško A reikia pastatyti ekraną statmenai tiesei, kad elektronas pataikytų į ekraną atstumu r nuo ašies?

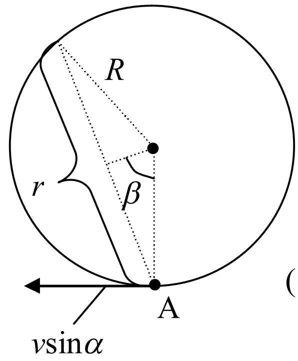
Sprendimas

Vaizdas iš šono



(1 taškas)

Vaizdas ašies kryptimi



(1 taškas)

Išilgai ašies elektronas juda greičiu $v\cos\alpha$, o statmena magnetiniam laukui kryptimi greičiu $v\sin\alpha$. (1 taškas).

Statmenąja kryptimi elektronas juda apskritimu, kurio spindulys r. Tada atstumą nuo ašies galime apskaičiuoti kaip $r = 2R\sin\beta$ (žr. brėž.). (1 taškas)

Apskritiminės orbitos spindulį galime apskaičiuoti, imdami Lorenco jėgą kaip įcentrinę, t. y.

$\frac{m(v\sin\alpha)^2}{R} = v\sin\alpha qB$, iš čia $R = \frac{mv\sin\alpha}{qB}$. (2 taškai)

Jei atstumą r elektronas pasiekia per laiką t, tai $2\beta = \frac{2\pi}{T}t$, čia $t = \frac{l}{v\cos\alpha}$ (nes išilgai ašies elektronas juda pastoviu greičiu $v\cos\alpha$) , o T – judėjimo apskritimu periodas (1 taškas).

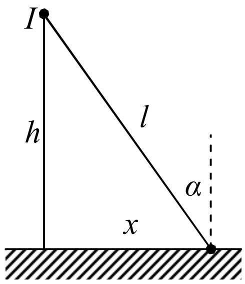
Jį galime apskaičiuoti: $T = \frac{2\pi R}{v\sin\alpha} = \frac{2\pi m}{qB}$ (čia panaudojome R išraišką). (1 taškas)

Tada $2\beta = \frac{2\pi}{T}t$. (1 taškas).

Įrašę t ir T išraiškas, randame $\beta = \frac{qBl}{2mv\cos\alpha}$ (radianais). Prisiminę, kad $R = \frac{mv\sin\alpha}{qB}$ ir įrašę r bei β išraiškas, surandame $\boxed{l = \frac{2mv\cos\alpha}{qB}\arcsin\frac{rqB}{2mv\sin\alpha}}$. (1 taškas)

10. Fejerverko raketa, kurios šviesos stipris *I*, leidžiasi iš pradinio aukščio *H* pastoviu greičiu *v*. Kaip priklauso nuo laiko žemės apšviestumas taške, kuriame pradiniu momentu apšviestumas buvo *k* kartų mažesnis už maksimalų žemės apšviestumą tuo momentu?

Sprendimas.



Braižome brėžinį. (2 taškai)

Apšviestumo dėsnis $E = \frac{I}{l_2}\cos\alpha$, (1 taškas)

$$E = \frac{Ih}{\left(h^2 + x^2\right)^{3/2}}.$$ (1 taškas)

$h = H - vt$. (1 taškas)

Kai $t = 0$, $E_{\max} = \frac{I}{H^2}$, $E_0 = \frac{I}{kH^2}$. (1 taškas)

$$\frac{IH}{\left(H^2 + x^2\right)^{3/2}} = \frac{I}{kH^2},$$ (1 taškas)

$$\left(H^2 + x^2\right)^3 = k^2 H^6, \quad x^2 = H^2\left(k^{2/3} - 1\right).$$ (1 taškas)

$$\boxed{E = \frac{I(H - vt)}{\left((H - vt)^2 + H^2\left(k^{2/3} - 1\right)\right)^{3/2}}}.$$ (2 taškai)