IV Lietuvos moksleivių fizikos čempionatas
1992 m.

1. Judančio m=5 kg masės kūno koordinatės kinta taip: $x=3\cdot t$; $y=6-t^2$. Čia x, y matuojami metrais, t – sekundėmis. Nubrėžkite (ir įvardinkite) kūno trajektoriją per pirmąsias 3 sekundes, kūno impulso pokytį per tą patį laikotarpį ir kūną veikiančią jėgą.

Iš duotų lygčių gauname

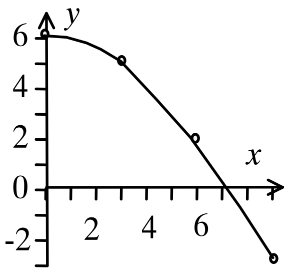
$$t = x/3,\ y=6-x^2/9.$$

t	0	1	2	3
x	0	3	6	9
y	6	5	2	-3

Tai parabolės lygtis. Parabolei nubrėžti sudarome lentelę, pažymime gautus taškus ir brėžiame grafiką.

Rašome tolygiai greitėjančio kūno judėjimo lygtis:

$$x=x_0+v_{0x}t+a_xt^2/2,$$
$$y=y_0+v_{0y}+a_yt^2/2.$$



Palyginę su sąlygoje duotomis lygtimis, apskaičiuojame

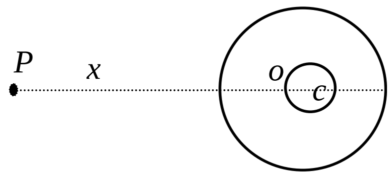
x_0=0 v_{0x}=3 m/s, a_x=0, y_0=6 m, v_{0y}=0, a_y=-2 m/s^2.

Taigi, pagreitis nukreiptas prieš y ašies kryptį, jo dydis

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \left|a_y\right| = 2m/s^2.$$

Veikianti kūną jėga $F=ma$=10 N taip pat nukreipta prieš y ašies kryptį. Ieškomasis impulso pokytis $\Delta p=F\Delta t$ nukreiptas taip pat, kaip ir jėga F. $\left|\Delta p\right| = F\Delta t = 30(N.s)$.

2. Rutulio, kurio spindulys R ir tankis ρ, viduje yra sferinė spindulio R/4 tuštuma, o jos centras C nutolęs nuo didžiojo rutulio centro O atstumu R/4 ir yra tiesėje PO. Taško P atstumas nuo rutulio paviršiaus x. Apskaičiuokite traukos jėgos taške P sukurtą pagreitį.



Tarkime, kad taške P yra masės m taškinis kūnas. Jį veika gravitacinė jėga

$$F = \frac{\gamma m 4\pi R^3 \rho/3}{(x+R)^2} - \frac{\gamma m\pi (R/4)^3 \rho/3}{(x+R+R/4)^2} = \frac{4\pi\gamma m\rho R^3/3}{(x+R)^2}\left[1-\left(\frac{x+R}{2(4x+5R)}\right)^2\right].$$

Čia γ - gravitacinė konstanta. Pagreitis nukreiptas PO kryptimi ir yra lygus

$$a = \frac{F}{m} = \frac{4\pi\gamma\rho R^3/3}{(x+R)^2}\left[1-\left(\frac{x+R}{2(4x+5R)}\right)^2\right].$$

3. Prie tašelio, kuris slysta be trinties nuožulniu strypeliu, sudarančiu 30° kampą su vertikale, lengvu 1 m ilgio siūlu prikabintas mažas pasvarėlis. Jis yra įelektrintas ir žymiai lengvesnis už tašelį. Nustatykite pasvarėlio mažų svyravimų dažnį, jei elektrinis laukas jį veikia vertikaliai žemyn jėga, lygia 0,25 pasvarėlio sunkio.

Pasvarėlį veikia sunkio jėga $\vec{F} = m\vec{g}$, elektrostatinė jėga $\vec{F}_e = 0{,}25m\vec{g}$, ir siūlo įtempimo jėga $\vec{T}$. Pagal antrąjį Niutono dėsnį $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_e + \vec{T}, a = g\cos\alpha$, iš kur $\vec{T} = m\vec{a} - \vec{F} - \vec{F}_e$. Panaudodami kosinusų teoremą, gauname

$$T = \sqrt{(ma)^2 + (F+F_e)^2 - 2ma(F+F_e)\cos\alpha}.$$

Mažų svyravimų dažnį nustatome iš formulės $\nu = \sqrt{g'/l}/2\pi, g' = T/m$. Įrašę T išraišką ir imdami l=1 m, gauname

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\sqrt{g^2\cos^2\alpha + (1{,}25g)^2 - 2g\cos\alpha\cdot 1{,}25g\cos\alpha}}{l}} =$$
$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}\sqrt[4]{(1{,}25)^2 - 1{,}5\cos^2\alpha} \approx 0{,}4(Hz).$$

4. 1 l tūrio uždarame inde, esant 180°C temperatūrai, santykinė oro drėgmė 20%. Tokios temperatūros vanduo užverda esant 10 atm. slėgiui. Kokia inde esančių vandens garų masė ?

Vandens garų masę m randame iš idealiųjų dujų būvio lygties:

$$m = \frac{\mu PV}{RT}.$$

Imdami μ = 0,018 kg, P = 0,2.10.10^5 Pa, V = 10^{-3} l, R = 8,31 J/ mol.K, T = (180+273) K, gauname m = 9,6.10^{-10} kg.

5. Tarkime, kad idealiųjų dujų vidinė energija proporcinga jų užimamo tūrio kvadratui: $U = aV^2$. Nustatykite šių dujų vidinės energijos priklausomybę nuo slėgio.

Panaudoję dujų būvio ir vidinės energijos formules

$$pV = \frac{m}{\mu}RT, U = \frac{i}{2}\left(\frac{m}{\mu}RT\right)$$

kur i - dujų molekulės laisvės laipsnių skaičius, nustatome $U = ipV/2$. Kadangi $U=aV^2$, nustatome $U=i^2p^2/4a$.

6. Uždaras cilindras pertvertas plona pertvara, kuri gali slankioti be trinties. Cilindro ilgis 2*a*, pertvaros masė *m*, o plotas *S*. Cilindrui esant horizontalioje padėtyje, pertvara yra cilindro viduryje. Oro slėgis cilindre *P*. Nustatykite pertvaros padėtį, cilindrą pastačius vertikaliai. Temperatūra nekinta.

Pastačius cilindrą vertikaliai, slėgiai cilindro viršutinėje ir apatinėje dalyse susieti sąryšiu:

$$P_v=P_a - mg/S.$$

Kadangi temperatūra pastovi,

$$P\,a\,S = P_a\,x\,S,\; P\,a\,S = P_v\,(2a-x)\,S,$$

kur x - pertvaros atstumas nuo cilindro dugno. Iš pateiktų lygčių eliminavę P_a ir P_v, gauname lygtį ieškomajam atstumui x

$$m\,g\,x^2 - 2\,a(P\,S + m\,g)\,x + 2\,P\,a^2\,S = 0,$$

kurios sprendinys

$$x = \frac{a}{mg}\left[PS + mg \pm \sqrt{P^2S^2 + m^2g^2}\right].$$

Lygybėje reikia imti ženklą “-”, nes kitaip būtų $x>a$.

7. Kaip nustatyti šaltinio EVJ, turint du skirtingus voltmetrus ?

Pirmas būdas.

Prie tiriamojo šaltinio prijungiame vieną voltmetrą, paskui - kitą voltmetrą, galiausiai nuosekliai sujungtus abu voltmetrus. Jų parodymai atitinkamai U_1, U_2, U'_1, U'_2. Tada

$$E = U_1 + I_1 r = U_1(1 + r/R_1);\; E = U_2 + I_2 r = U_2(1 + r/R_2);\; I_3 = U'_1/R_1 = U'_2/R_2.$$

Čia R_1 ir R_2 - voltmetrų varžos, I_1, I_2, I_3 - srovės stipriai grandinėse. Iš lygčių nustatome:

$$E = \frac{U_1U_2(U'_1 - U'_2)}{U'_1U_2 - U_1U'_2}.$$

Antras būdas.

Prie šaltinio prijungiame vieną voltmetrą, paskui - kitą voltmetrą, galiausiai lygiagrečiai sujungtus abu voltmetrus. Jų parodymai U_1, U_2, U. Tada

$$E = U_1(1 + r/R_1); E = U_2(1 + r/R_2); E = U(1 + r/R_1 + r/R_2).$$

Iš lygčių gauname

$$E = \frac{UU_1U_2}{UU_1 + UU_2 - U_1U_2}.$$

Trečias būdas.

Prie šaltinio prijungiame vieną voltmetrą, po to - nuosekliai sujungtus abu. Jų parodymai U, U_1, U_2.Tada

$$U = \frac{ER_1}{R_1 + r};U_1 = \frac{ER_1}{R_1 + R_2 + r};U_2 = \frac{ER_2}{R_1 + R_2 + r}.$$

Iš lygčių nustatome

$$E = \frac{UU_1}{U - U_1}.$$

8. 10 D gebos lęšis juda 1m/s greičiu link taškinio šviesos šaltinio, esančio pagrindinėje optinėje ašyje. Apskaičiuokite mažiausią vaizdo greitį šaltinio atžvilgiu.

Panaudojame lęšio formulę

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F};F = \frac{1}{D}.$$

Per laiką t atstumas d pakinta į $d_1 = d + vt$, o f - į f_1. Kai laikas t mažas, ieškomasis greitis

$$v' = \frac{(f_1 + d_1) - (f + d)}{t} = \frac{f_1 - f}{t} + v.$$

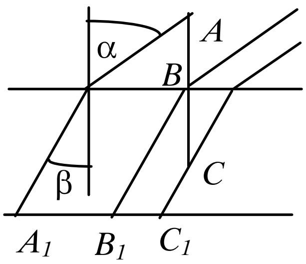
Iš lęšio formulės išreiškiame f_1 ir f ir įrašome į greičio formulę. Nustatome

$$v' = \frac{\dfrac{Fd_1}{d_1 - F} - \dfrac{Fd}{d - F}}{t} + v = \frac{d_1 d - dF - d_1 F}{(d_1 - F)(d - F)}v.$$

Imdami $d_1 = d$, gauname $v' = \left(d^2 - 2dF\right) / \left(d - F\right)^2$. Mažiausias greitis $v' = 0$ gaunamas, kai $d = 2F$.

9. Žmogus dūrė pirštu į vandenį statmenai jo paviršiui. Kiek kartų pakito piršto šešėlio judėjimo greitis horizontaliu vandens telkinio dugnu, jam pereinant ribą oras-vanduo? Vandens lūžio rodiklis 1,33.

Tarkim, pirštas apšviečiamas lygiagrečių spindulių pluoštu, krintančiu kampu φ į vandens paviršių. Tada kritimo kampas $\alpha = 90^o - \varphi$. Lūžio kampą pažymime β. Tegu per laiką t virš vandens pirštas nueina kelią AB, t.y., jo greitis $v = AB/t$. Per tą laiką piršto šešėlis dugne pasislinks atstumu A_1B_1, t.y., šešėlio greitis $v_1 = A_1B_1/t$. Po vandeniu per laiką t pirštas nueina kelią $BC = AB$, o jo šešėlis - atstumą B_1C_1, šešėlio greitis $v_2 = B_1C_1/t$. Iš brėžinio matyti, kad



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{A_1B_1}{B_1C_1} = \frac{ABtg\alpha}{BCtg\beta} = \frac{tg\alpha}{tg\beta}.$$

Iš lūžio dėsnio $n = sin\alpha / sin\beta$, todėl gauname

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}}{cos\alpha}.$$

Kai $\varphi \to 90^o$, $v_1 / v_2 \to n$. Jei šešėlis gaunamas apšvietus Saulei, mūsų geografinėje platumoje birželio 22 d. vidudienyje $\varphi = 55^o + 23{,}5^o = 78{,}5^o$, ir

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{1{,}33^2 - cos^2 78{,}5^0}}{sin 78{,}5^0} = 1{,}34,$$

kai $n = 1{,}33$. Kai $\varphi \to 0$, $v_1 / v_2 \to \infty$.

Pastaba: ši informacija interneto svetainėje www.olimpas.lt skelbiama nuo 2005 03 29.