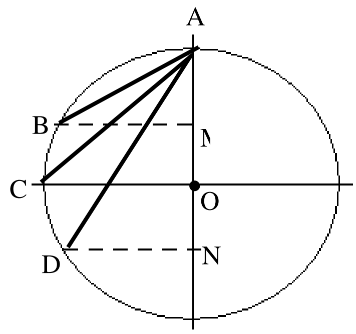
57 – osios Lietuvos moksleivių fizikos olimpiados III turo užduotys
IX klasei



1. Trys kūnai be trinties slysta trimis R spindulio apskritimo stygomis AB, AC, AD. Atstumai AM = $R/2$, ON = $R/2$. Apskaičiuokite:
1) kūnų greičių santykį taškuose B, C, D;
2) nusileidimo laikų, išilgai stygų AB, AC, AD, santykį.

Kadangi trinties nėra, tai greičiams taškuose B, C, D apskaičiuoti galime taikyti energijos tvermės dėsnį.

$$\frac{mv_B^2}{2} = mg\frac{R}{2}; \qquad v_B = \sqrt{gR};$$

$$\frac{mv_C^2}{2} = mgR; \qquad v_C = \sqrt{2gR};$$

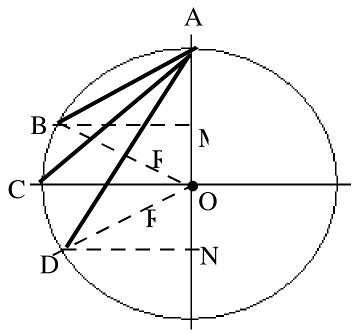
$$\frac{mv_D^2}{2} = mg\frac{3R}{2}; \qquad v_D = \sqrt{3gR}.$$

Kadangi judant nuožulniąja plokštuma be trinties, judėjimas yra tolygiai kintamas, tai judėjimo laikus galime apskaičiuoti žinant vidutinį judėjimo greitį.

$$t = \ell/v_{vid},$$

$$v_{vid} = (v_g - v_0)/2,$$

čia v_g – greitis galutiniame taške (mūsų atveju taškuose B, C, D), $v_0 = 0$ – pradinis greitis taške A. Nusileidimo kelius ℓ_1 = AB, ℓ_2 = AC, ℓ_3 = AD randame iš brėžinio.



Iš Δ ABO matome, kad
AB = BO = R.

Iš Δ ACO:
AC = $\sqrt{2}\,R$.

Iš Δ ODN:
DO = $(\sqrt{3}/2)R$.

Iš Δ ADN:
AD = $\sqrt{3}\,R$.

Tuomet $$t_B = \frac{2R}{v_B} = \frac{2R}{\sqrt{gR}} = 2\sqrt{\frac{R}{g}}.$$

Analogiškai

$$t_C = 2\sqrt{\frac{R}{g}}.$$

$$t_D = 2\sqrt{\frac{R}{g}}.$$

Matyti, kad visais atvejais greičių santykis yra

$$v_B : v_C : v_D = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3},$$

o judėjimo laikai vienodi.

2. Iš šulinio semiamas vanduo dviem vienodos masės $V = 10\ \ell$ tūrio kibirais. Pirmasis kibiras neprakiuręs, o antrajame yra nedidelė skylė, pro kurią, traukiant kibirą į viršų, teka vanduo. Abu kibirai traukiami tolygiai. Galima laikyti, kad vanduo iš antrojo kibiro teka atgal į šulinį pastoviu greičiu. Ištraukus antrąjį kibirą, jame lieka 2/3 pradinės vandens masės. Ištraukiant pirmąjį kibirą atliekamas ΔA = 200 J didesnis darbas negu ištraukiant antrąjį kibirą. Koks šulinio gylis iki vandens paviršiaus?

Traukiant vandenį pirmuoju kibiru, atliekamas darbas

$$A_1 = mgH + \rho VgH = (m+ \rho V)gH, \qquad (1)$$

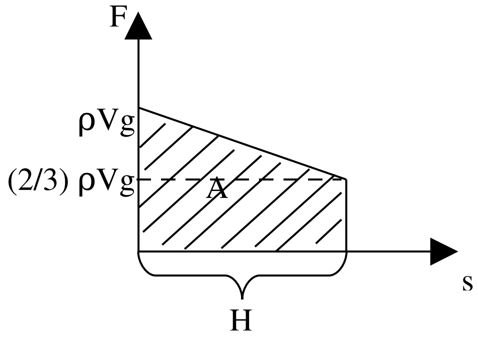
čia mgH – darbas, atliekamas ištraukiant tuščią kibirą, ρVgH – darbas, atliekamas ištraukiant vandenį.

Traukiant vandenį prakiurusiu kibiru, atliekamas darbas

$$A_2 = mgH + A'_2 ,$$

čia A'_2 - darbas, atliekamas ištraukiant vandenį šiuo kibiru.

Norėdami rasti A'_2, nubraižome kibirą veikiančios jėgos priklausomybės nuo kelio grafiką. Žinome, kad kreivės $F = F(s)$ apribotas plotas skaitine verte lygus darbui.



$$A''_2 = \frac{\rho Vg + \frac{2}{3}\rho Vg}{2} \cdot H = \frac{5}{3}\rho V \cdot \frac{gH}{2}.$$

Todėl

$$A_2 = gH(m + \frac{5}{6}\rho V). \qquad (2)$$

Iš (1) lygties atėmę (2), gauname:

$$\Delta A = \frac{g\rho VH}{6}.$$

Iš čia

$$\boxed{H = \frac{6\Delta A}{g\rho V}} \qquad \underline{H = 12\ \text{m.}}$$

3. Norėdamas užgrūdinti M = 3 kg masės detalę, kalvis ją įkaitino iki t_1 = 460 °C temperatūros ir po to įleido į indą, kuriame pripilta m = 2,8 kg t_2= 20 °C temperatūros vandens. Nusistovėjus šiluminei pusiausvyrai, inde liko m_1 = 2,767 kg vandens, o kūno ir vandens temperatūra tapo t_3 = 60 °C. Iš kokios medžiagos pagamintas kūnas? Indo šiluminės talpos nepaisykite.

Šilumos kiekis, kurį atiduoda įkaitęs kūnas, yra suvartojamas vandeniui šildyti ir dalį vandens paversti garais. Tegu c_k – kūno savitoji šiluma, c_v – vandens savitoji šiluma, L – savitoji garavimo šiluma, t_v = 100 °C - vandens virimo temperatūra. Užrašome šiam procesui šilumos balanso lygtį:

$$c_k M(t_1 - t_3) = c_v m(t_3 - t_2) + c_v(m - m_1)(t_v - t_3) + L(m - m_1).$$

Iš čia:

$$c_k = \frac{c_v m(t_3 - t_2) + (m - m_1)[c_v(t_v - t_3) + L]}{M(t_1 - t_3)}.$$

c_k = 460 J/(kg · °C)

Palyginę gautą rezultatą su pateiktu lentelėje, matome, kad detalė pagaminta iš plieno.

4. Prie nuolatinės įtampos šaltinio jungiamaisiais laidais prijungiamas R_1 varžos rezistorius. Kitą kartą prie to paties šaltinio tos pačios varžos jungiamaisiais laidais vietoje R_1 prijungiamas R_2 varžos rezistorius. Galia, išsiskirianti rezistoriuose abiem atvejais, vienoda ir lygi P. Apskaičiuokite, kokios įtampos šaltinis buvo įjungtas į grandinę. Nubraižykite apkrovos rezistoriuje išsiskiriančios galios kokybinės priklausomybės nuo apkrovos varžos grafiką ($P = P(R_{ap})$).

Galia, išsiskirianti R_1 varžos rezistoriuje

$$P_1 = I_1^2 R_1,$$

čia $I_1 = \dfrac{U}{R_1 + R}$ - srovės stipris grandinėje, R – jungiamųjų laidų varža.

$$P_1 = \frac{U^2 R_1}{(R_1 + R)^2}. \qquad (1)$$

Kitu atveju

$$P_2 = \frac{U^2 R_2}{(R_2 + R)^2}. \qquad (2)$$

Kadangi pagal sąlygą $P_1 = P_2$, tai iš (1) ir (2) lygčių gauname

$$R = \sqrt{R_1 R_2}. \qquad (3)$$

(3) lygtį įrašę į (1) gauname

$$U = \sqrt{P}(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) \text{ arba } \quad U = \sqrt{P(R_1 + 2\sqrt{R_1 R_2} + R_2)}.$$

Norėdami nubrėžti grafiką $P = P(R_{ap})$, (1) lygtį perrašome:

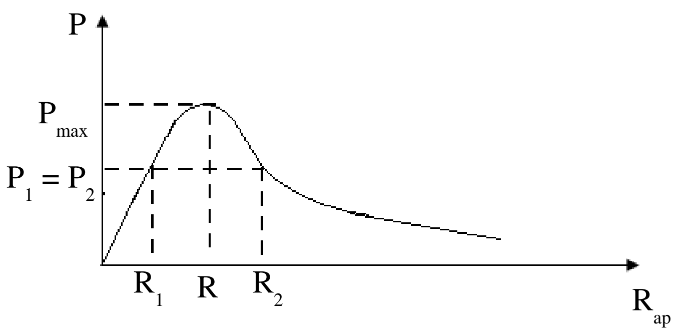
$$P = \frac{U^2}{R_{ap} + 2R + \dfrac{R^2}{R_{ap}}}, \qquad \text{čia } R_{ap} \text{ – įjungto rezistoriaus varža.}$$

Iš lygties matyti, kad mažėjant R_{ap}, galia mažėja iki nulio, tas pats bus ir didėjant R_{ap}. Reiškia, yra R_{ap} vertė, kai galia pasiekia didžiausią vertę. Galia bus didžiausia, kai $R_{ap} + 2R + \dfrac{R^2}{R_{ap}}$ bus mažiausia.

Jei $R_{ap} << R$, tai visa galia išsiskiria laiduose. Jei $R_{ap} >> R$, tai galia bus maža, nes bus mažas srovės stipris.

Jei $R_1 = R$, tai ir $R_2 = R$.

Parinkus keletą taškų, galima nubraižyti priklausomybę $P = P(R_{ap})$.



57-osios Lietuvos moksleivių fizikos olimpiados III turo IX klasės

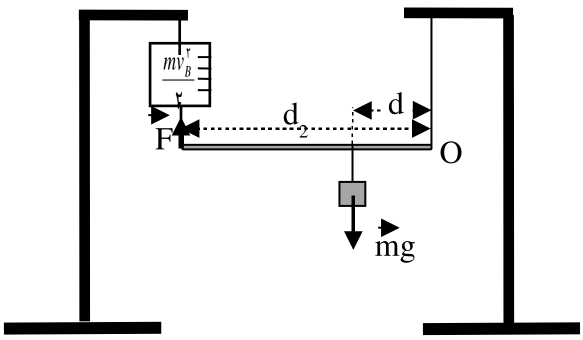
EKSPERIMENTINĖ UŽDUOTIS
Gumos tamprumo jėgos priklausomybės nuo jos pailgėjimo tyrimas

Priemonės: tiriamoji guma, nežinomos masės krovinėlis ($m > 400$ g), laboratorinis dinamometras ($F_{max} = 4$ N), 2 stovai su laikikliais, medinis strypas, liniuotė, siūlas, žirklės.

1. Nustatykite krovinėlio masę.
2. Nesinaudodami dinamometru nustatykite gumos tamprumo jėgos priklausomybę nuo jos pailgėjimo. Nubraižykite šios priklausomybės grafiką.
3. Nustatykite gumos tamprumo jėgos priklausomybės nuo jos pailgėjimo proporcingumo koeficientą ir užrašykite šios priklausomybės lygtį.

Pastaba: gumos ir strypo masės nepaisyti.

1. Kadangi laboratoriniu dinamometru galima išmatuoti jėgą iki 4 N, krovinėlio masei nustatyti pasinaudojame paprastuoju mechanizmu - svertu (1 pav.).



1 pav.

Iš sverto pusiausvyros sąlygos (taško O atžvilgiu):

$$Fd_2 = mgd_1 , \quad (1)$$

čia F - dinamometro rodmenys.

Iš čia $$m = \frac{Fd_2}{gd_1} . \quad (2)$$

Atlikę kelis d_1, d_2 ir F matavimus, apskaičiuojame krovinėlio vidutinę masę.

2. Tamprumo jėgos priklausomybei nuo gumos pailgėjimo nustatyti naudojamės tuo pačiu svertu, dinamometrą pakeitę guma. Tokiu būdu, keisdami peties ilgį d_1, keičiame gumą veikiančią jėgą F, kuri skaitine verte lygi gumos tamprumo jėgai ($F = F_{tamp.}$).

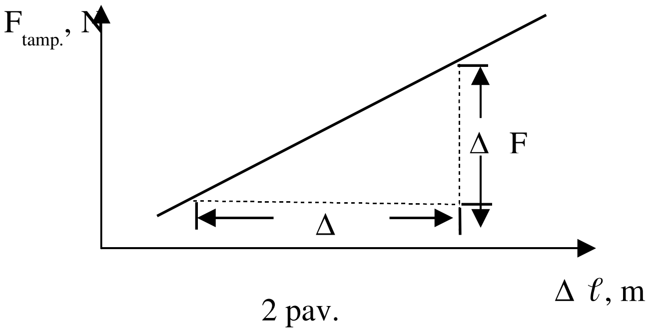
Iš (1) lygties $$F_{tamp.} = mg\frac{d_1}{d_2} .$$

Išmatuojame nedeformuotos gumos ilgį ℓ_0.

Keisdami krovinėlio atstumą d_{1i} iki taško O, kiekvienai padėčiai išmatuojame gumos ilgį ℓ_i ir apskaičiuojame jos pailgėjimą $\Delta \ell_i = \ell_i - \ell_0$.

Iš sverto pusiausvyros sąlygos kiekvienai padėčiai randame gumos tamprumo jėgą $F_{tamp.i}$.

Braižome gumos tamprumo jėgos $F_{tamp.}$ priklausomybės nuo jos pailgėjimo grafiką (2 pav.).



2 pav.

Gauname tiesinę priklausomybę.

3. Tamprumo jėgos priklausomybės nuo gumos pailgėjimo proporcingumo koeficientą nustatome iš grafiko (2 pav.) pagal tiesės polinkį: $$k = \frac{\Delta F_{tamp.}}{\Delta(\Delta\ell)} .$$

Tokiu būdu, tiriamoji priklausomybė aprašoma lygtimi: $F_{tamp.} = k \Delta \ell$.